ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΤΗΣ ΕΒΔΟΜΑΔΑΣ

Μαθηματικά Γ Λυκείου Προσανατολισμού Θετικών Σπουδών και Σπουδών Οικονομίας και Πληροφορικής

17ο Πρόβλημα

Α. Ένα σαλιγκάρι βγήκε από την φωλιά του , κινείται και η θέση του (σε cm) από την φωλιά του προσδιορίζεται από την συνάρτηση θέσης $S(t)=3t+2$ όπου $t>0$ ο χρόνος σε ώρες.

i. Να υπολογίσετε το διάστημα που θα διανύσει το σαλιγκάρι για δύο ώρες μετά την 1η ώρα κίνησης .

ii. Να βρείτε τον ρυθμό μεταβολής υ(t) της θέσης του σωματιδίου (ταχύτητα) και να κάνετε την γραφική παράσταση στο χρονικό διάστημα [1,3]

iii. Να επαληθεύσετε γραφικά μέσω του εμβαδού το αποτέλεσμα του i.

Β. Ο ρυθμός μεταβολής της θέσης ενός σαλιγκαριού σε χρόνο $t\geq 0$ που απομακρύνεται από την φωλιά του ισούται με $2t$. Να επαναλάβετε τα ερωτήματα i και ii του **Α**, αν το σαλιγκάρι την χρονική στιγμή $t=0$ δεν έχει απομακρυνθεί από την φωλιά του .

Γ. Ο ρυθμός μεταβολής της θέσης ενός σαλιγκαριού σε χρόνο $t>1$ που απομακρύνεται από την φωλιά του ισούται με $\dfrac{t^2-t+4}{t-1}$.

Να υπολογίσετε το διάστημα που θα διανύσει το σαλιγκάρι μεταξύ 2ης και 4ης ώρας .

Η ΛΥΣΗ ΘΑ ΔΟΘΕΙ ΜΕ ΤΗΝ ΑΝΑΡΤΗΣΗ ΤΟΥ ΔΕΚΑΤΟΥ ΟΓΔΟΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ

Λύση 16ου Προβλήματος

Ελάχιστο κόστος έχουμε όταν η ολική επιφάνεια του κυλινδρικού δοχείου είναι η μικρότερη δυνατή (ελάχιστο κόστος λαμαρίνας)

Όγκος $V=\pi r^2 h\left(1\right)$, ολική επιφάνεια $\mathrm{E}=2\pi rh+2\pi r^2\left(2\right)$. Με αντικατάσταση του h από την (1) στη (2) έχουμε : $\mathrm{E}(r)=2\pi r\dfrac{V}{\pi r^2}+2\pi r^2=\dfrac{2V}{\pi}+2\pi r^2$,

$\mathrm{E}'(r)==\dfrac{4\pi r^3-2V}{r^2}, \mathrm{E}''(r)==\dfrac{4V}{r^3}+4\pi>0$

$\mathrm{E}'(r)=0\Leftrightarrow 4\pi r^3=2V\left(3\right)\Rightarrow r=\sqrt[3]{\dfrac{V}{2\pi}}$

Για αυτή την τιμή της ακτίνας έχουμε την ελάχιστη επιφάνεια. Από τις (1) και (3) προκύπτει $\pi r^2 h=2\pi r^3\Leftrightarrow 2r=h$

Πρέπει η διάμετρος της βάσης να είναι ίση με το ύψος .