ΩΡΙΑΙΟ ΤΕΣΤ ΣΤΑ ΣΥΝΟΛΑ ΚΑΙ ΣΤΙΣ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ (1)

ΘΕΜΑ 1ο

Δίνονται δύο ενδεχόμενα Α και Β ενός δειγματικού χώρου Ω και οι πιθανότητες: $P(A)=\frac{1}{2}$, $P\left[(A\cap B)'\right]=\frac{3}{5}$ και $P(B')=\frac{3}{10}$.

α) Να υπολογίσετε την $P(A\cup B)$ (Μονάδες 20)

β) Να υπολογίσετε την $P(B-A)$ (Μονάδες 20)

γ) Να υπολογίσετε την πιθανότητα να μην πραγματοποιηθεί κανένα από τα ενδεχόμενα Α και Β.

(Μονάδες 10)

ΘΕΜΑ 2ο

Σε μία γειτονιά το 70% των σπιτιών έχουν θέρμανση με πετρέλαιο ,το 45% των σπιτιών έχουν τζάκι ενώ το 30% έχουν τζάκι και θέρμανση με πετρέλαιο.

Α)Επιλέγουμε τυχαία ένα σπίτι από την παραπάνω γειτονιά.

i) Να βρείτε την πιθανότητα το σπίτι να μην έχει θέρμανση με πετρέλαιο..

ii) Να βρείτε την πιθανότητα το σπίτι να έχει μόνο τζάκι ή μόνο θέρμανση με πετρέλαιο..

(Μονάδες 30)

Β) Αν 210 σπίτια έχουν θέρμανση με πετρέλαιο , να βρείτε :

i) τον αριθμό των σπιτιών της γειτονιάς.

ii) τον αριθμό των σπιτιών που τζάκι.

(Μονάδες 20)

Λύσεις

ΘΕΜΑ 1ο

$$P\left[(A\cap B)\right]=1-P\left[(A\cap B)'\right]=1-\frac{3}{5}=\frac{2}{5}$$

$$P(B)=1-P(B')=1-\frac{3}{10}=\frac{7}{10}$$

α) $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P\left(A\cap B\right)=\frac{1}{2}+\frac{7}{10}-\frac{2}{5}=\frac{5}{10}+\frac{7}{10}-\frac{4}{10}=\frac{8}{10}=\frac{4}{5}$.

β) $P(B-A)=P(B)-P\left(A\cap B\right)=\frac{7}{10}-\frac{4}{10}=\frac{3}{10}$

γ) $P\left[(A\cup B)'\right]=1-P(A\cup B)=1-\frac{4}{5}=\frac{1}{5}$

ΘΕΜΑ 2ο

Έστω Α: το ενδεχόμενο το σπίτι να έχει θέρμανση με πετρέλαιο και
Β: το ενδεχόμενο το σπίτι να έχει τζάκι

Τότε : $P\left(A\right)=70\%=0,7, P\left(B\right)=45\%=0,45$ και $P\left[(A\cap B)\right]=30\%=0,3$

Α) i) $P(A')=1-P\left(A\right)=1-0,7=0,3$

ii) $P\left[(A-B)\cup\left(B-A\right)\right]\underset{\text{Α}\sigma\upsilon\mu\beta\acute{\iota}\beta\alpha\sigma\tau\alpha}{\overset{\text{A}-\text{B},\text{B}-\text{A}}{=}}P(A-B)+P\left(B-A\right)=$

$P\left(A\right)-P\left(A\cap B\right)+P\left(B\right)-P\left(A\cap B\right)=0,7-0,3+0,45-0,3=0,4+0,15=0,55$

Β) i) $P\left(A\right)=\frac{N\left(A\right)}{N\left(\Omega\right)}\Leftrightarrow 0,7=\frac{210}{N\left(\Omega\right)}\Leftrightarrow N\left(\Omega\right)=\frac{210}{0,7}=300$ μαθητές

ii) $P\left(B\right)=\frac{N\left(B\right)}{N\left(\Omega\right)}\Leftrightarrow N\left(B\right)=P\left(B\right)\cdot N\left(\Omega\right)=0,45\cdot 300=135$ μαθητές

ΘΕΜΑ 1ο

Δίνονται δύο ενδεχόμενα Α και Β ενός δειγματικού χώρου Ω και οι πιθανότητες: $P(B)=\frac{3}{4}$, $P\left[(A\cap B)'\right]=\frac{11}{12}$ και $P(A')=\frac{4}{5}$.

α) Να υπολογίσετε την $P(A\cup B)$ (Μονάδες 20)

β) Να υπολογίσετε την $P(A-B)$ (Μονάδες 20)

γ) Να υπολογίσετε την πιθανότητα να μην πραγματοποιηθεί κανένα από τα ενδεχόμενα Α και Β.

(Μονάδες 10)

ΘΕΜΑ 2ο

Από τους μαθητές ενός σχολείου, το 85% έχει κινητό, το 55% έχει ηλεκτρονικό υπολογιστή ενώ το 25% έχει και κινητό και ηλεκτρονικό υπολογιστή.

Α)Επιλέγουμε τυχαία ένα μαθητή του παραπάνω σχολείου.

i) Να βρείτε την πιθανότητα ο μαθητής να μην έχει κινητό.

ii) Να βρείτε την πιθανότητα ο μαθητής να έχει μόνο κινητό ή μόνο ηλεκτρονικό υπολογιστή.

(Μονάδες 30)

Β) Αν 110 μαθητές έχουν ηλεκτρονικό υπολογιστή, να βρείτε :

i) το σύνολο των μαθητών του σχολείου

ii) το πλήθος των μαθητών που έχουν κινητό.

(Μονάδες 20)

Λύσεις

ΘΕΜΑ 1ο

$$P\left[(A\cap B)\right]=1-P\left[(A\cap B)'\right]=1-\frac{11}{12}=\frac{1}{12}$$

$$P(A)=1-P(A')=1-\frac{4}{5}=\frac{1}{5}$$

α) $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P\left(A\cap B\right)=\frac{1}{5}+\frac{3}{4}-\frac{1}{12}=\frac{12}{60}+\frac{45}{60}-\frac{5}{60}=\frac{52}{60}=\frac{13}{15}$.

β) $P(A-B)=P(A)-P\left(A\cap B\right)=\frac{1}{5}-\frac{1}{12}=\frac{12}{60}-\frac{5}{60}=\frac{7}{60}$

γ) $P\left[(A\cup B)'\right]=1-P(A\cup B)=1-\frac{13}{15}=\frac{2}{15}$

ΘΕΜΑ 2ο

Έστω Α: το ενδεχόμενο ο μαθητής να έχει κινητό και
Β: το ενδεχόμενο ο μαθητής να έχει ηλεκτρονικό υπολογιστή
Τότε : $P\left(A\right)=85\%=0,85, P\left(B\right)=55\%=0,55$ και $P\left[(A\cap B)\right]=25\%=0,25$

Α) i) $P(A')=1-P\left(A\right)=1-0,85=0,15$

ii) $P\left[(A-B)\cup\left(B-A\right)\right]\underset{A\,\sigma\upsilon\mu\beta\acute{\iota}\,\beta\alpha\sigma\tau\alpha}{\overset{A-B,B-A}{=}}P(A-B)+P\left(B-A\right)=$

$P\left(A\right)-P\left(A\cap B\right)+P\left(B\right)-P\left(A\cap B\right)=0,85-0,25+0,55-0,25=0,6+0,3=0,9$

Β) i) $P\left(B\right)=\frac{N\left(B\right)}{N\left(\Omega\right)}\Leftrightarrow 0,55=\frac{110}{N\left(\Omega\right)}\Leftrightarrow N\left(\Omega\right)=\frac{110}{0,55}=200$ μαθητές

ii) $P\left(A\right)=\frac{N\left(A\right)}{N\left(\Omega\right)}\Leftrightarrow N\left(A\right)=P\left(A\right)\cdot N\left(\Omega\right)=0,85\cdot 200=170$ μαθητές