

**Τράπεζα Θεμάτων (ΙΕΠ)
Γεωμετρία Α΄ Λυκείου ΕΠΑΛ**

Εκφωνήσεις



2025-2026

17-12-2025

Ασκησόπολις

Στέλιος Μιχαήλογλου / Δημήτρης Πατσιμάς / Νίκος Τούντας

www.Askisopolis.gr



Τα θέματα προέρχονται από την πλατφόρμα της Τράπεζας Θεμάτων Διαβαθμισμένης Δυσκολίας που αναπτύχθηκε (MIS5070818-Τράπεζα θεμάτων Διαβαθμισμένης Δυσκολίας για τη Δευτεροβάθμια Εκπαίδευση, Γενικό Λύκειο-ΕΠΑΛ) και είναι διαδικτυακά στο δικτυακό τόπο του Ινστιτούτου Εκπαιδευτικής Πολιτικής (Ι.Ε.Π.) στη διεύθυνση (<http://iep.edu.gr/el/trapeza-thematon-arxiki-selida>)

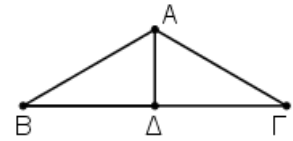
Τρίγωνα

Κριτήρια Ισότητας Τριγώνων

2^ο Θέμα

12535. Στο ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$, με $AB = A\Gamma$ η γωνία της κορυφής του A είναι ίση με 120° . Αν η $A\Delta$ είναι διχοτόμος του τριγώνου τότε:

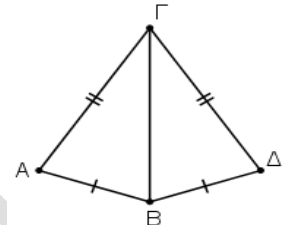
- α)** να υπολογίσετε πόσες μοίρες είναι η γωνία BAD .
β) να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $A\Delta B$ και $A\Delta \Gamma$ είναι ίσα.



12538. Στο παρακάτω σχήμα ισχύουν $AB = B\Delta$,

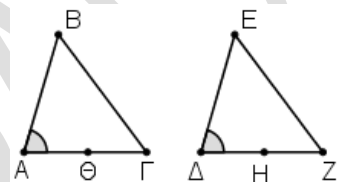
$A\Gamma = \Gamma\Delta$ και η $B\hat{A}\Gamma = 75^\circ$.

- α)** Να συγκρίνετε τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και $B\Delta\Gamma$.
β) Να υπολογίσετε τη γωνία $B\Delta\Gamma$ αιτιολογώντας την απάντησή σας.



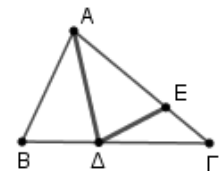
12454. Δίνονται δύο ίσα τρίγωνα $AB\Gamma$ και $\Delta H\epsilon$ για τα οποία ισχύει $AB = \Delta Z = 4$, $A\Gamma = \Delta E$ και $\hat{A} = \hat{\Delta}$. Έστω Θ το μέσο της AB και Θ το μέσο της ΔH .

- α)** Να υπολογίσετε το μήκος των ευθυγράμμων τμημάτων $A\Theta$ και ΔH .
β) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $A\Gamma\Theta$ και $\Delta E\Theta$ είναι ίσα.



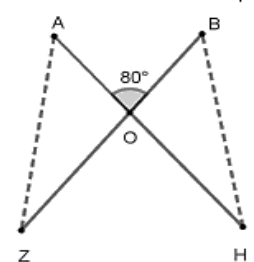
13436. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = 5$ και $A\Gamma = 7$ και η διχοτόμος του $A\Delta$. Στην πλευρά $A\Gamma$ παίρνουμε σημείο E , ώστε $\Gamma E = 2$.

- α)** Να υπολογίσετε το μήκος του τμήματος $A\epsilon$.
β) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $AB\Delta$ και $A\epsilon\Delta$ είναι ίσα.



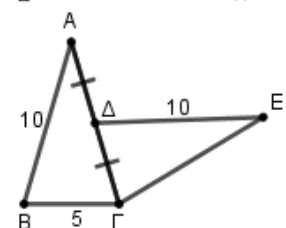
13445. Στο διπλανό σχήμα, τα τμήματα AH και BZ είναι ίσα και τέμνονται σε σημείο O έτσι ώστε η γωνία AOB να είναι ίση με 80° . Έστω ότι είναι $AH = BZ = 5$ και $OH = OZ = 3$.

- α)** Να αποδείξετε ότι $A\hat{O}Z = B\hat{O}H = 100^\circ$.
β) Είναι τα τρίγωνα AOZ και BOH ίσα;
 Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.



13527. Δίνονται τα ισοσκελή τρίγωνα $AB\Gamma$ και $\Gamma\Delta E$ με $AB = A\Gamma$ και $E\Delta = E\Gamma$. Αν $B\Gamma = 5$, $AB = E\Delta = 10$ και Δ είναι το μέσο της $A\Gamma$, να αποδείξετε ότι:

- α)** $B\Gamma = \Delta\Gamma$.
β) Τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και $\Gamma\Delta E$ είναι ίσα.
γ) $\hat{A} = \hat{E}$.



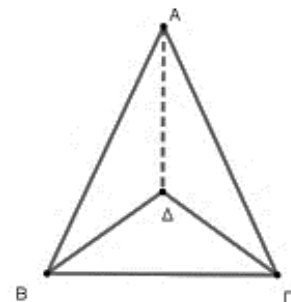
13681. Στο σχήμα που ακολουθεί, τα τρίγωνα $BA\Gamma$ και $B\Delta\Gamma$ είναι ισοσκελή με βάση την πλευρά $B\Gamma$.

- α)** Στις παρακάτω προτάσεις να συμπληρώσετε τα κενά με τις ίσες πλευρές και τις ίσες γωνίες για τα δυο ισοσκελή τρίγωνα $BA\Gamma$ και $B\Delta\Gamma$.
 1) Οι ίσες πλευρές του ισοσκελούς τριγώνου $BA\Gamma$ είναι οι και
 2) Οι ίσες πλευρές του ισοσκελούς τριγώνου $B\Delta\Gamma$ είναι οι και

3) Στο ισοσκελές τρίγωνο $B\Delta\Gamma$ η γωνία $B\Gamma\Delta$ είναι ίση με την γωνία

4) Στο ισοσκελές τρίγωνο $BA\Gamma$ η γωνία $B\Gamma A$ είναι ίση με την γωνία

- β)** Να δικαιολογήσετε γιατί τα τρίγωνα $A\Delta B$ και $A\Delta\Gamma$ είναι ίσα.



γ) Στον πίνακα που ακολουθεί, στη στήλη Α δίνονται γωνίες του τριγώνου ΑΒΔ, ενώ στη στήλη Β δίνονται γωνίες του τριγώνου ΑΔΓ. Να αντιστοιχήσετε κάθε γωνία του τριγώνου ΑΔΒ με την αντίστοιχη ίση της γωνία του τριγώνου ΑΔΓ που προκύπτουν ως άμεσα συμπεράσματα από την ισότητα των τριγώνων ΑΔΒ και ΑΔΓ του β) ερωτήματος.

Στήλη Α (γωνίες τριγώνου ΑΔΒ)	Στήλη Β (γωνίες τριγώνου ΑΔΓ)
1. γωνία $\hat{A}\hat{B}\hat{D}$	α) γωνία $\hat{\Gamma}\hat{A}\hat{D}$
2. γωνία $\hat{A}\hat{D}\hat{B}$	β) γωνία $\hat{A}\hat{\Gamma}\hat{D}$
3. γωνία $\hat{B}\hat{A}\hat{D}$	γ) γωνία $\hat{A}\hat{D}\hat{\Gamma}$

13682. Στο διπλανό σχήμα, το Μ είναι ένα τυχαίο σημείο της ημιευθείας

Οx και Β, Γ είναι σημεία τέτοια, ώστε $B\hat{O}x = \Gamma\hat{O}x$ και

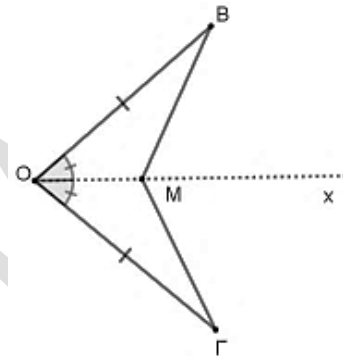
$OB = OG$.

α) Να συγκρίνετε τα τρίγωνα ΟΒΜ και ΟΓΜ και να δικαιολογήσετε ότι είναι ίσα.

β) Να συμπληρώσετε τις παρακάτω προτάσεις με τις άλλες ίσες γωνίες που προκύπτουν ως άμεσα συμπεράσματα της ισότητας των δυο τριγώνων ΟΒΜ και ΟΓΜ.

1. Η γωνία $\hat{O}\hat{B}M$ του τριγώνου ΟΒΜ είναι ίση με την γωνία του τριγώνου ΟΓΜ.
2. Η γωνία του τριγώνου ΟΒΜ είναι ίση με την γωνία $\hat{\Gamma}\hat{M}O$ του τριγώνου ΟΓΜ.

γ) Είναι οι γωνίες $B\hat{M}x$ και $\hat{\Gamma}\hat{M}x$ ίσες; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.



13683. Θεωρούμε ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ με βάση την πλευρά ΒΓ.

α) Να γράψετε τις ιδιότητες που αφορούν τις πλευρές και τις γωνίες του ισοσκελούς τριγώνου ΑΒΓ. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

β) Από τις κορυφές Β και Γ φέρνουμε τις διαμέσους ΒΜ και ΓΝ που αντιστοιχούν στις πλευρές του ΑΓ και ΑΒ αντίστοιχα.

i. Να συγκρίνετε τα τρίγωνα ΒΓΜ και ΓΒΝ και να αιτιολογήσετε γιατί είναι ίσα.

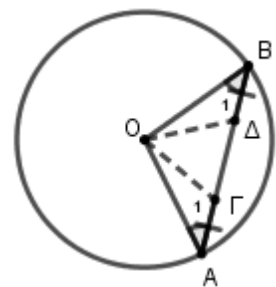
ii. Να εξηγήσετε γιατί οι διάμεσοι ΒΜ και ΓΝ είναι ίσες.

13685. Θεωρούμε κύκλο κέντρου Ο και χορδή του ΑΒ. Πάνω στη χορδή ΑΒ παίρνουμε σημεία Γ και Δ τέτοια, ώστε $AG = BD$.

α) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ΑΟΒ είναι ισοσκελές και ότι οι γωνίες του $\hat{A}_1$ και $\hat{B}_1$ είναι ίσες.

β) Να εξετάσετε αν τα τρίγωνα ΟΑΓ και ΟΒΔ είναι ίσα. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

γ) Είναι ίσα τα τμήματα ΟΓ και ΟΔ; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.



4^ο Θέμα

12512. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$) και στις ίσες πλευρές AB ,

$A\Gamma$ παίρνουμε αντίστοιχα τμήματα $AD = \frac{1}{3}AB$ και $AE = \frac{1}{3}A\Gamma$.

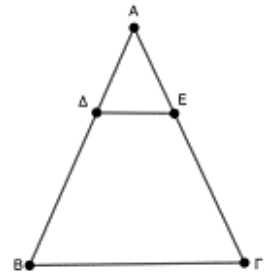
α) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ADE είναι ισοσκελές.

β) Να αποδείξετε ότι τα τμήματα BD και GE είναι ίσα.

γ) Αν M είναι το μέσο της $B\Gamma$, να αποδείξετε ότι:

i. τα τρίγωνα BDM και MEG είναι ίσα.

ii. το τρίγωνο DEM είναι ισοσκελές.



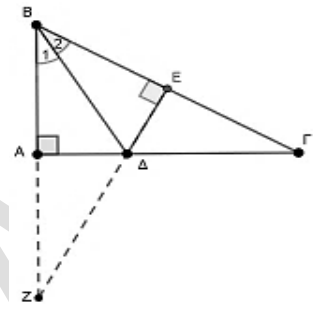
12698. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) και BD η διχοτόμος της

γωνίας B . Από το Δ φέρουμε $DE \perp B\Gamma$ και έστω Z το σημείο στο οποίο η ευθεία ED τέμνει την προέκταση της BA (προς το A). Να αποδείξετε ότι:

α) $AD = DE$ και $AB = EB$.

β) $DZ = D\Gamma$.

γ) Τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και EBZ είναι ίσα.

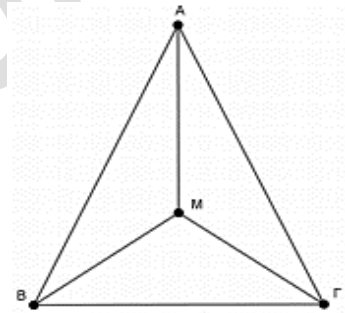


12699. Θεωρούμε ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = A\Gamma$ και σημείο M , εσωτερικό του τριγώνου, τέτοιο ώστε $MB = M\Gamma$.

α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα MAB και MAG είναι ίσα.

β) Να αιτιολογήσετε γιατί η MA διχοτομεί τη γωνία A .

γ) Προεκτείνουμε την AM προς το μέρος του M και η προέκταση τέμνει τη $B\Gamma$ στο Δ . Να αποδείξετε ότι το $M\Delta$ είναι ύψος του τριγώνου $MB\Gamma$.

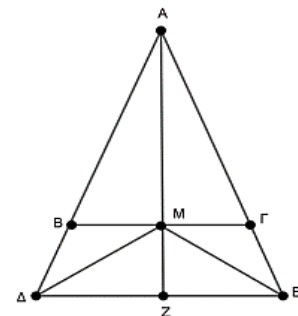


12837. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = A\Gamma$ και M είναι το μέσο της βάσης $B\Gamma$. Στις προεκτάσεις των πλευρών AB , $A\Gamma$ παίρνουμε τα τμήματα BD , GE αντίστοιχα ώστε $BD = GE$. Να αποδείξετε ότι:

α) το τρίγωνο ADE είναι ισοσκελές.

β) τα τρίγωνα MBD και MGE είναι ίσα.

γ) Αν η AM προεκτεινόμενη προς το M , τέμνει την DE στο σημείο Z , να αιτιολογήσετε ότι η AZ είναι κάθετη στην DE .



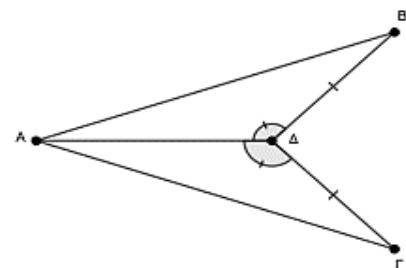
12840. Στο παρακάτω σχήμα δίνονται ότι ισχύουν: $\Delta B = \Delta \Gamma$ και

$\hat{A}\Delta B = \hat{A}\Delta \Gamma$.

α) Να συγκρίνετε τα τρίγωνα $A\Delta B$ και $A\Delta \Gamma$.

β) Να αιτιολογήσετε γιατί $\hat{A}\Delta B = \hat{A}\Delta \Gamma$.

γ) Φέρνουμε τη $B\Gamma$. Αν η $A\Delta$ προεκτεινόμενη προς το Δ , τέμνει την $B\Gamma$ στο E , να αποδείξετε ότι το E είναι το μέσο της $B\Gamma$.

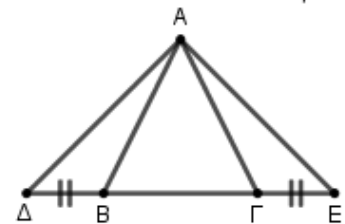


12972. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$). Στις προεκτάσεις της πλευράς $B\Gamma$ και προς τα δύο άκρα, θεωρούμε σημεία Δ και E αντίστοιχα έτσι ώστε $B\Delta = GE$ όπως στο παρακάτω σχήμα. Να αποδείξετε ότι:

α) $\hat{B}_{εξ} = \hat{G}_{εξ}$

β) Τα τρίγωνα $AB\Delta$ και $A\Gamma E$ είναι ίσα.

γ) Ένας μαθητής ισχυρίστηκε ότι τα τρία τρίγωνα $AB\Gamma$, $AB\Delta$ και $A\Gamma E$ έχουν το ίδιο ύψος από την κορυφή A . Συμφωνείτε ή όχι; Δικαιολογήστε την απάντησή σας.



12974. Για τις γωνίες του παρακάτω σχήματος δίνεται ότι:

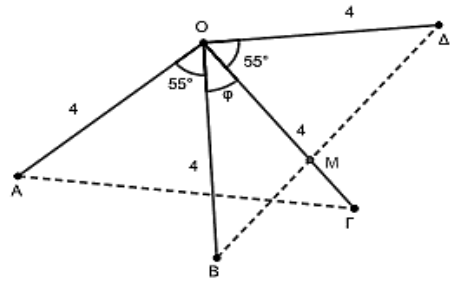
$\angle AOB = \angle \Gamma OD = 55^\circ$, $\angle BO\Gamma = \varphi$ και $OA = OB = OG = OD = 4$.

α) Να αποδείξετε ότι:

i. Οι γωνίες $\angle AOG$ και $\angle BOD$ είναι ίσες.

ii. Τα τρίγωνα $\triangle AOG$ και $\triangle BOD$ είναι ίσα.

β) Αν M είναι το σημείο τομής των τμημάτων OG και BD , πόσες μοίρες θα έπρεπε να είναι η γωνία φ , ώστε το σημείο M να είναι το μέσο του τμήματος BD ; Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

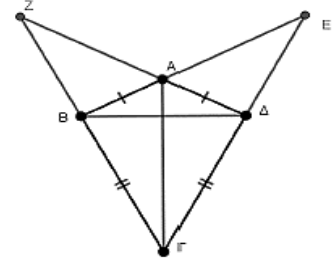


13287. Δίνεται τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ με $AB = A\Delta$ και $\Gamma B = \Gamma\Delta$. Αν οι προεκτάσεις των BA και $\Gamma\Delta$ τέμνονται στο E , και οι προεκτάσεις των ΔA και ΓB τέμνονται στο Z , να αποδείξετε ότι:

α) Η ΓA είναι η διχοτόμος της γωνίας $\hat{\Gamma}$.

β) Οι γωνίες $\angle Z\hat{A}\Gamma$ και $\angle E\hat{A}\Gamma$ είναι ίσες.

γ) $\Gamma Z = \Gamma E$.



13288. Στο διπλανό σχήμα δίνονται δύο τεμνόμενοι κύκλοι με κέντρα τα σημεία K, Λ και έστω A, B τα σημεία τομής τους.

Να αποδείξετε ότι:

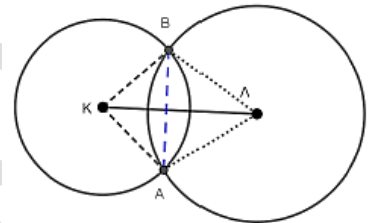
α) Τα τρίγωνα $\triangle AK\Lambda$ και $\triangle BK\Lambda$ είναι ίσα.

β) Τα τρίγωνα $\triangle KBA$ και $\triangle \Lambda BA$ είναι ισοσκελή με βάση την AB .

γ) Η $K\Lambda$ είναι:

i. διχοτόμος της γωνίας $\angle AKB$

ii. κάθετη στη χορδή AB .

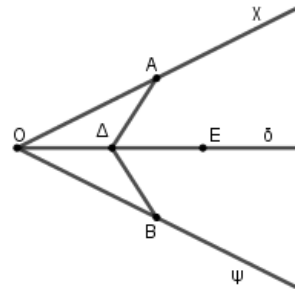


13496. Δίνεται η γωνία $\angle \chi\hat{O}\psi$ και η διχοτόμος της $O\delta$. Πάνω στις $O\chi$ και $O\psi$ παίρνουμε σημεία A και B αντίστοιχα, ώστε $OA = OB$. Πάνω στην $O\delta$ θεωρούμε σημεία Δ και E όπως φαίνονται στο σχήμα. Να αποδείξετε ότι:

α) Τα τρίγωνα $\triangle OAD$ και $\triangle OBD$ είναι ίσα.

β) $\angle A\hat{D}E = \angle B\hat{D}E$.

γ) Ένας μαθητής ισχυρίζεται ότι $AE = BE$. Συμφωνείτε με τον ισχυρισμό του; Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

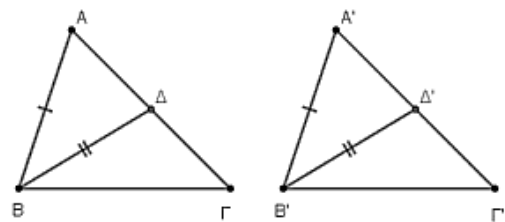


13502. Δίνονται τα τρίγωνα $\triangle AB\Gamma$ και $\triangle A'B'\Gamma'$ του σχήματος με

$\angle A\hat{\Gamma} = \angle A'\hat{\Gamma}'$, $AB = A'B'$. Αν οι διάμεσοι $B\Delta$ και $B'\Delta'$ είναι ίσες, να αποδείξετε ότι:

α) $\hat{A} = \hat{A}'$.

β) Ένας μαθητής ισχυρίζεται ότι τα στοιχεία που έχουμε δεν αρκούν για να θεωρήσουμε ότι τα τρίγωνα $\triangle AB\Gamma$ και $\triangle A'B'\Gamma'$ είναι ίσα. Συμφωνείτε με τον ισχυρισμό του; Αιτιολογήστε την απάντησή σας.

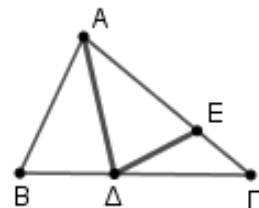


13530. Δίνεται τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ με $AB = 10$ και $A\Gamma = 14$ και η διχοτόμος του $\angle A$. Στην πλευρά $A\Gamma$ παίρνουμε σημείο E ώστε $\Gamma E = 4$.

α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $\triangle ABD$ και $\triangle AED$ είναι ίσα.

β) Να δικαιολογήσετε γιατί είναι ίσα τα τμήματα $B\Delta$, ΔE .

γ) Προεκτείνουμε την $E\Delta$ προς το Δ κατά τμήμα ΔZ , ώστε $\Delta Z = \Delta E$. Να αποδείξετε ότι $\angle \hat{B}Z = \angle \hat{Z}B$.



13794. Έστω ισοσκελές τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$). Στις προεκτάσεις των πλευρών του BA προς το A και ΓA προς το A , παίρνουμε σημεία E και Δ αντίστοιχα, ώστε $AE = A\Delta$.

α) Να αποδείξετε ότι $B\Delta = \Gamma E$.

β) Να αποδείξετε ότι $\angle \hat{B}\Delta = \angle \hat{B}\Gamma E$.

γ) Έστω M το μέσο της πλευράς $B\Gamma$, να αποδείξετε ότι $MD=ME$.

13795. Στις πλευρές μίας γωνίας $x\hat{O}y$ παίρνουμε τα σημεία A, B στην Ox και Γ, Δ στην Oy , ώστε $OA=O\Gamma$ και $OB=O\Delta$. Έστω M τυχαίο σημείο της διχοτόμου της γωνίας $x\hat{O}y$.

α) Να αποδείξετε ότι $MB=MD$.

β) Να αποδείξετε ότι $\hat{A}MB = \hat{\Gamma}M\Delta$.

γ) Να αποδείξετε ότι $\hat{A}MO = \hat{\Gamma}MO$.

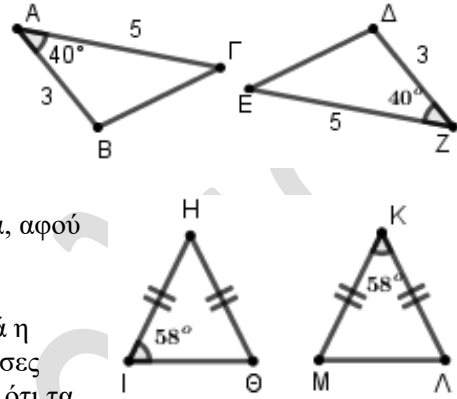
13284.α) Να δικαιολογήσετε γιατί τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και ΔE του παρακάτω σχήματος είναι ίσα

β) Ο Φοίβος και η Αθηνά, δύο μαθητές της Α' Λυκείου, μελετούν παρέα Γεωμετρία. Μεταξύ τους γίνεται ο εξής διάλογος, καθώς συγκρίνουν τα τρίγωνα του σχήματος που ακολουθεί:

- Φ : Τα δύο τρίγωνα έχουν δύο πλευρές τους ίσες μια προς μία, αφού $HI = KM$ και $H\Theta = K\Lambda$, και από μία γωνία ίση, αυτή που σημειώνεται με 58° , οπότε θα είναι μεταξύ τους ίσα.
- Α : Πράγματι έχουν δυο πλευρές τους ίσες μία προς μία, αλλά η γωνία των 58° είναι σε διαφορετική θέση σε σχέση με τις ίσες πλευρές στα δύο τρίγωνα. Νομίζω ότι μπορώ να αποδείξω ότι τα τρίγωνα $H\Theta I$ και $K\Lambda M$ δεν είναι ίσα.

i. Να εξηγήσετε τι εννοεί η Αθηνά σχετικά με τη διαφορετική θέση της γωνίας των 58° .

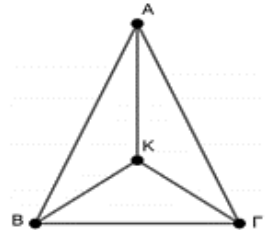
ii. Με ποιόν από τους δύο μαθητές συμφωνείτε; Αν νομίζετε ότι έχει δίκιο ο Φοίβος, δικαιολογήστε γιατί. Αν νομίζετε ότι έχει δίκιο η Αθηνά, βοηθήστε την να ολοκληρώσει την απόδειξή της.



3^ο Θέμα

12527. Θεωρούμε ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB=A\Gamma$ και K εσωτερικό σημείο του τριγώνου, τέτοιο ώστε $KB=K\Gamma$. Να αποδείξετε ότι:

- α) οι γωνίες $KB\Gamma$ και $K\Gamma B$ είναι ίσες.
- β) τα τρίγωνα BAK και ΓAK είναι ίσα.
- γ) η AK είναι διχοτόμος της γωνίας $BA\Gamma$.



ΚΡΙΤΗΡΙΑ ΙΣΟΤΗΤΑΣ ΟΡΘΟΓΩΝΙΩΝ ΤΡΙΓΩΝΩΝ

2^ο Θέμα

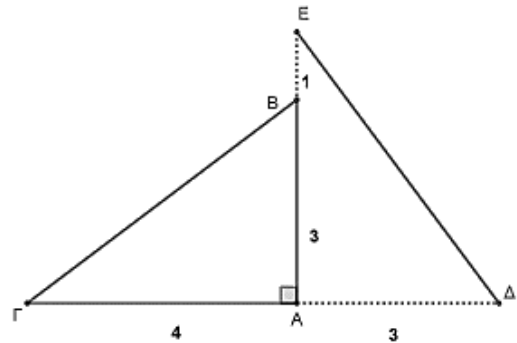
13680. Σε ορθογώνιο τρίγωνο $ΒΑΓ$ με $\hat{ΒΑΓ} = 90^\circ$ είναι $ΒΑ = 3$ και $ΑΓ = 4$. Προεκτείνουμε την πλευρά $ΓΑ$ (προς το μέρος του $Α$) και παίρνουμε τμήμα $ΑΔ = 3$ και την πλευρά $ΑΒ$ (προς το μέρος του $Β$) κατά τμήμα $ΒΕ = 1$.

α) Ένας μαθητής ισχυρίζεται ότι το τρίγωνο $ΔΑΕ$ είναι ορθογώνιο. Είναι ο ισχυρισμός του σωστός; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

β) Να δικαιολογήσετε γιατί τα τρίγωνα $ΒΑΓ$ και $ΔΑΕ$ είναι ίσα.

γ) Να συμπληρώσετε τα κενά στις παρακάτω προτάσεις με τις ίσες γωνίες που προκύπτουν ως άμεσα συμπεράσματα από την ισότητα των τριγώνων $ΑΒΓ$ και $ΑΔΕ$ του β) ερωτήματος.

- Η γωνία $\hat{ΒΓΑ}$ του τριγώνου $ΒΑΓ$ είναι ίση με τη γωνία του τριγώνου $ΔΑΕ$.
- Η γωνία $\hat{ΑΔΕ}$ του τριγώνου $ΔΑΕ$ είναι ίση με τη γωνία του τριγώνου $ΒΑΓ$.



4^ο Θέμα

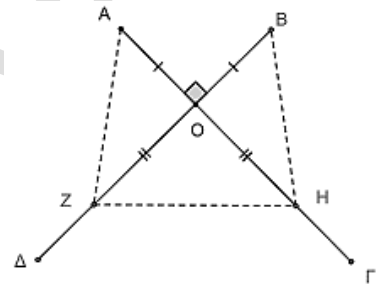
13688. Στο παρακάτω σχήμα, τα τμήματα $ΑΓ$ και $ΒΔ$ τέμνονται κάθετα στο σημείο $Ο$ έτσι ώστε $ΟΑ = ΟΒ$. Πάνω στα τμήματα $ΟΓ$ και $ΟΔ$ θεωρούμε τα σημεία $Η$ και $Ζ$ αντίστοιχα τέτοια ώστε $ΟΗ = ΟΖ$.

α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $ΟΑΖ$ και $ΟΒΗ$ είναι ίσα.

β) Δύο από τις παρακάτω τέσσερις ισότητες προκύπτουν ως άμεσα συμπεράσματα από την ισότητα των τριγώνων $ΟΑΖ$ και $ΟΒΗ$ του α) ερωτήματος. Να βρείτε ποιες ισότητες είναι και να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

1. $\hat{ΟΑΖ} = \hat{ΟΒΗ}$
2. $\hat{ΑΟΒ} = \hat{ΖΟΗ}$
3. $ΑΖ = ΒΗ$
4. $ΑΗ = ΒΖ$

γ) Τι θα αλλάζατε ή θα προσθέτατε στα δεδομένα ώστε να προκύπτει ως συμπέρασμα ότι το τμήμα $ΖΗ$ είναι ίσο με τα τμήματα $ΑΖ$ και $ΒΗ$; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.



13779. Τα τρίγωνα $ΑΒΓ$ και $ΚΛΜ$ είναι ορθογώνια με $\hat{Α} = \hat{Κ} = 90^\circ$ και

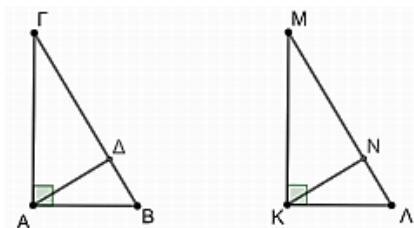
$ΑΓ = ΚΜ$, $ΒΓ = ΛΜ$. Επίσης τα $ΑΔ$ και $ΚΝ$ είναι ύψη των τριγώνων:

α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $ΑΒΓ$ και $ΚΛΜ$ είναι ίσα.

β) Να αποδείξετε ότι $ΑΔ = ΚΝ$.

γ) Ποιο συμπέρασμα βγαίνει από το (β) για τα μήκη των αντίστοιχων υψών ίσων ορθογώνιων, όπως τα $ΑΔ$ και $ΚΝ$;

δ) Να σχεδιάσετε τα ύψη $ΔΕ$ και $ΝΡ$ των τριγώνων $ΑΔΒ$ και $ΚΝΛ$ και να αποδείξετε ότι είναι ίσα.



13793. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $ΑΒΓ$ ($ΑΒ = ΑΓ$) και το ύψος του $ΑΔ$. Στις προεκτάσεις των πλευρών του $ΑΒ$ προς το $Β$ και $ΑΓ$ προς το $Γ$ παίρνουμε σημεία $Ε$ και $Ζ$ αντίστοιχα ώστε $ΒΕ = ΓΖ$.

α) Να αποδείξετε ότι $\hat{ΒΑΔ} = \hat{ΓΑΔ}$.

β) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $ΑΕΔ$ και $ΑΖΔ$ είναι ίσα.

γ) Αν $ΔΚ$ είναι το ύψος του τριγώνου $ΕΔΖ$, να αποδείξετε ότι $ΕΚ = ΚΖ$.

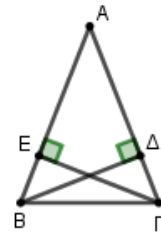
3^ο Θέμα

13788. Στο ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB=AG$) φέρνουμε τα ύψη του $B\Delta$ και ΓE .

α) Να συγκρίνετε τα τρίγωνα $B\Gamma\Delta$ και $B\Gamma E$.

β) Να αποδείξετε ότι τα τμήματα BE και $\Gamma\Delta$ είναι ίσα.

γ) Να αποδείξετε ότι τα τμήματα AE και $A\Delta$ είναι ίσα.



ΚΥΚΛΟΣ – ΜΕΣΟΚΑΘΕΤΟΣ - ΔΙΧΟΤΟΜΟΣ

4^ο Θέμα

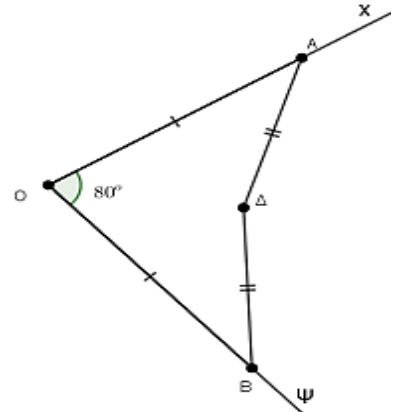
13503. Δίνεται η γωνία $\chi\hat{O}\psi = 80^\circ$. Πάνω στις πλευρές $O\chi$ και $O\psi$ παίρνουμε σημεία A και B αντίστοιχα, ώστε $OA = OB$. Έστω Δ σημείο στο εσωτερικό της γωνίας $\chi\hat{O}\psi$ τέτοιο, ώστε $AD = BD$.

α) Να αποδείξετε ότι:

i. Τα τρίγωνα OAD και $OBΔ$ είναι ίσα.

ii. $\Delta\hat{O}\Delta = 40^\circ$.

β) Ένας μαθητής ισχυρίζεται ότι η ΔO είναι μεσοκάθετος της AB . Συμφωνείτε μαζί του; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

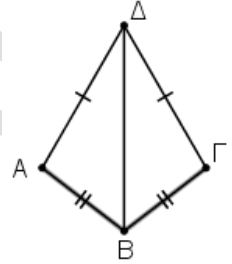


13651. Στο τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ του σχήματος είναι $AD = \Gamma\Delta$ και $AB = \Gamma B$.

α) Να συγκρίνετε τα τρίγωνα $AB\Delta$ και $\Gamma B\Delta$.

β) Να αποδείξετε ότι η ΔB είναι διχοτόμος της γωνίας.

γ) Ένας μαθητής ισχυρίζεται ότι «η ΔB είναι μεσοκάθετος του $A\Gamma$ ». Συμφωνείτε με τον ισχυρισμό του; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.



ΑΝΙΣΟΤΙΚΕΣ ΣΧΕΣΕΙΣ

2^ο Θέμα

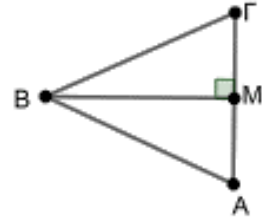
13786. Στο σχήμα το Μ είναι μέσο της ΑΓ και τα τμήματα ΑΓ και ΒΜ είναι κάθετα.

α) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ισοσκελές.

β) Το παρακάτω σχήμα είναι η κάτοψη ενός κήπου. Η πλευρά του κήπου που αντιστοιχεί στην πλευρά ΑΓ της κάτοψης έχει μήκος 12 μέτρα. Για να περιφράξουμε τον κήπο χρειαζόμαστε 40 μέτρα φράχτη.

i. Πόσα μέτρα φράχτη χρειαζόμαστε για την πλευρά του κήπου που αντιστοιχεί στην ΑΒ της κάτοψης;

ii. Αν αφήσουμε χωρίς φράχτη μόνο το μέρος του κήπου που αντιστοιχεί στο ΑΜ, τότε πόσα μέτρα φράχτη θα χρειαστούμε;

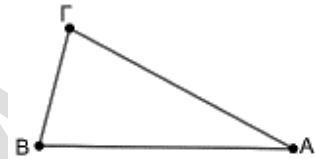


13789. Στο διπλανό σχήμα ισχύει ότι $AB = AG$ και $\hat{B} > \hat{A}$. Να αποδείξετε ότι:

α) Οι γωνίες $\hat{B}, \hat{\Gamma}$ του τριγώνου ΑΒΓ είναι ίσες.

β) $AG > BG$.

γ) Η μικρότερη γωνία του τριγώνου ΑΒΓ είναι η $\hat{A}$.

4^ο Θέμα

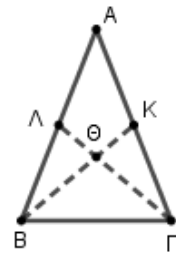
13690. Θεωρούμε ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ ($AB = AG$) και τις διαμέσους του ΒΚ και ΓΛ, οι οποίες τέμνονται στο σημείο Θ.

α) i. Να δικαιολογήσετε γιατί είναι $LB = KG$.

ii. Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΛΒΓ και ΚΓΒ είναι ίσα.

β) Τι είδους τρίγωνο είναι το ΒΘΓ ως προς τις πλευρές του; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

γ) Αν η διάμεσος ΒΚ είναι και ύψος του τριγώνου ΑΒΓ στην πλευρά του ΑΓ, να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ισόπλευρο.



ΣΧΕΤΙΚΗ ΘΕΣΗ ΕΥΘΕΙΑΣ ΚΥΚΛΟΥ**4^ο Θέμα**

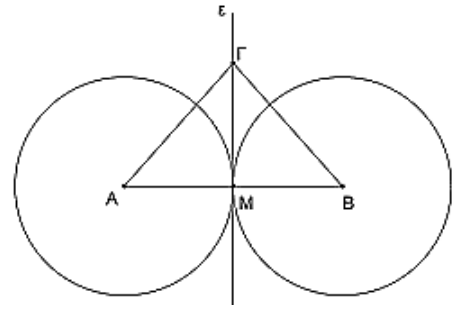
13531. Δύο ίσοι κύκλοι (A, ρ) και (B, ρ) εφάπτονται εξωτερικά στο σημείο M . Στην κοινή εφαπτομένη ϵ των κύκλων στο σημείο M παίρνουμε ένα σημείο Γ , διαφορετικό του M .

α) Πόσων μοιρών είναι η γωνία $\hat{A}MB$;

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

β) Να αποδείξετε ότι $AG = BG$.

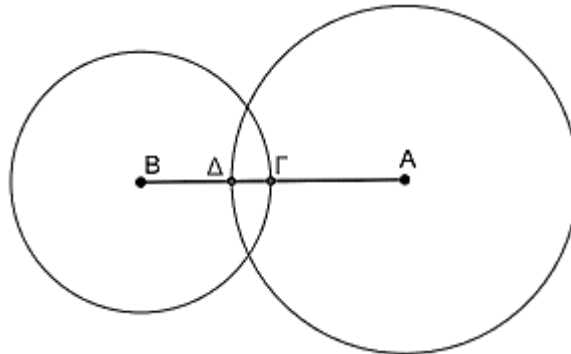
γ) Πόσων μοιρών πρέπει να είναι η γωνία $\hat{M}AG$, ώστε η AG να είναι κάθετη στη $B\Gamma$;



ΣΧΕΤΙΚΗ ΘΕΣΗ ΔΥΟ ΚΥΚΛΩΝ

2^ο Θέμα

13775. Στο παρακάτω σχήμα φαίνονται δύο κύκλοι με κέντρα τα σημεία A και B. Ο κύκλος με κέντρο το A έχει ακτίνα 4 και ο κύκλος με κέντρο το B έχει ακτίνα 3.



- α) Ποια είναι τα μήκη των ευθύγραμμων τμημάτων BΓ και AΔ και γιατί;
 β) Ποια από τις παρακάτω προτάσεις είναι η σωστή; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας
- Το μήκος του AB είναι ίσο με 7.
 - Το μήκος του AB είναι μικρότερο από 7.
 - Το μήκος του AB είναι μεγαλύτερο από 7.

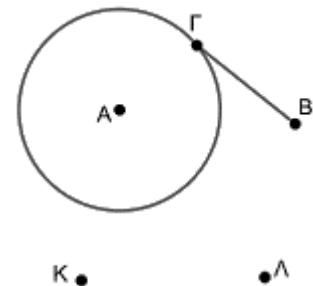
4^ο Θέμα

13498. Θεωρούμε δύο κύκλους (K, R) και (Λ, ρ) με $R = 4$, $\rho = 3$ και $KL = 5$.

- α) Να αποδείξετε ότι:
- Οι κύκλοι (K, R) και (Λ, ρ) τέμνονται σε δύο σημεία, έστω A και B.
 - $\angle A\hat{L}K > \angle \hat{L}KA$.
- β) Πόσο πρέπει να είναι το μήκος της ακτίνας ρ έτσι ώστε οι γωνίες $\angle A\hat{L}K$ και $\angle \hat{L}KA$ να είναι ίσες; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

13783. Ο κύκλος με κέντρο A έχει ακτίνα 4. Το ευθύγραμμο τμήμα BΓ έχει μήκος 5 και η απόσταση των A και B είναι 7.

- α) Να βρείτε ένα σημείο Δ του κύκλου (A, 4), διαφορετικό από το Γ τέτοιο ώστε $BD = 5$.



- β) Το ευθύγραμμο τμήμα KΛ με άκρα τα σημεία K και Λ του σχήματος έχει μήκος 7. Ένα σημείο M απέχει 4 από το ένα άκρο του KΛ και 5 από το άλλο άκρο του. Πόσες είναι οι θέσεις στο επίπεδο που μπορεί να βρίσκεται το M; Να εξετάσετε όλες τις δυνατές περιπτώσεις και να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Παράλληλες ευθείες

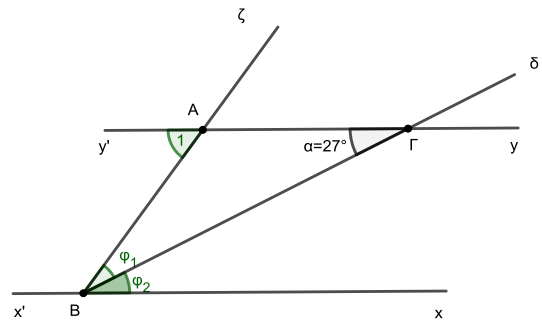
Παράλληλια

2^ο Θέμα

12963. Στο παρακάτω σχήμα οι ευθείες $x'x$ και $y'y$ είναι παράλληλες, η ημιευθεία $B\delta$ είναι διχοτόμος της γωνίας Ax και $\hat{\alpha} = 27^\circ$.

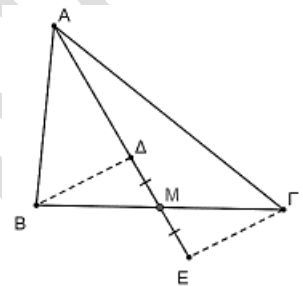
Να υπολογίσετε:

- α)** Τις γωνίες $\hat{\varphi}_1$ και $\hat{\varphi}_2$ δικαιολογώντας το συλλογισμό σας.
β) Τη γωνία $\hat{A}_1$ δικαιολογώντας την απάντησή σας.



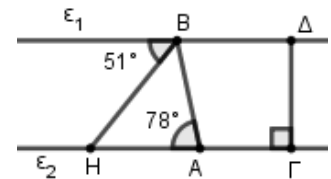
13686. Έστω τρίγωνο $AB\Gamma$, η διάμεσός του AM και σημείο της Δ . Προεκτείνουμε τη διάμεσο AM προς το μέρος του M κατά τμήμα $ME = MD$.

- α)** Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $MB\Delta$ και $M\Gamma E$ είναι ίσα.
β) Είναι οι γωνίες $B\hat{A}M$ και $\Gamma\hat{E}M$ των τριγώνων $MB\Delta$ και $M\Gamma E$ ίσες; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.
γ) Να αποδείξετε ότι τα τμήματα $B\Delta$ και ΓE είναι παράλληλα.



13821. Στο παρακάτω σχήμα η BH είναι διχοτόμος της γωνίας $A\hat{B}e_1$. Επίσης δίνονται οι γωνίες $B\hat{A}H = 78^\circ$, $H\hat{B}e_1 = 51^\circ$ και η $A\hat{\Gamma}\Delta$ είναι ορθή.

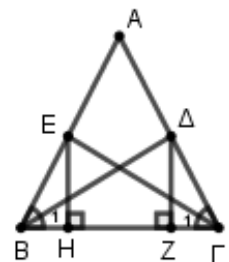
- α)** Να υπολογίσετε τη γωνία $A\hat{B}H$.
β) Να αποδείξετε ότι οι ευθείες e_1 και e_2 είναι παράλληλες.
γ) Να υπολογίσετε τη γωνία $B\hat{\Delta}\Gamma$.



4^ο Θέμα

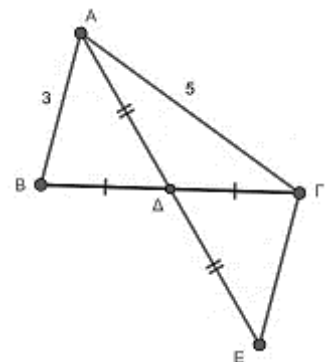
12970. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$) και οι διχοτόμοι $B\Delta$ και ΓE των γωνιών του $\hat{B}$ και $\hat{\Gamma}$ αντίστοιχα. Φέρουμε $EH \perp B\Gamma$ και $\Delta Z \perp B\Gamma$.

- α)** Να αποδείξετε ότι:
i. τα τρίγωνα $B\Gamma\Delta$ και $\Gamma B E$ είναι ίσα.
ii. $EH = \Delta Z$.
β) Να ονομάσετε P το σημείο τομής των διχοτόμων $B\Delta$ και ΓE και M το μέσο της πλευράς $B\Gamma$. Το τμήμα PM είναι παράλληλο στα τμήματα EH και ΔZ ; Δικαιολογήστε την απάντησή σας.



13001. Δίνεται το τρίγωνο $AB\Gamma$ του σχήματος, στο οποίο $AB = 3$, $A\Gamma = 5$. Φέρουμε τη διάμεσο $A\Delta$ και στην προέκτασή της προς το Δ παίρνουμε σημείο E έτσι ώστε $A\Delta = \Delta E$.

- α)** **i.** Να δικαιολογήσετε γιατί τα τρίγωνα $AB\Delta$ και $E\Gamma\Delta$ είναι ίσα.
ii. Να υπολογίσετε το μήκος της πλευράς ΓE .
β) Τα σημεία A, B, Γ, Δ και E στο σχήμα αποτελούν τις θέσεις πέντε χωριών σε ένα σχέδιο και τα μήκη που δίνονται είναι οι χιλιομετρικές αποστάσεις μεταξύ των χωριών. Επιπλέον δίνεται ότι η απόσταση ΓE είναι 3 χιλιόμετρα. Ένας συμμαθητής σας πήγε από το χωριό A στο χωριό E ακολουθώντας τη διαδρομή $A\Delta E$. Χρησιμοποίησε μια εφαρμογή που είχε στο κινητό του για να μετράει τις αποστάσεις που διανύει και είδε ότι είχε κάνει 8,5 χιλιόμετρα. Είναι αυτό δυνατόν; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

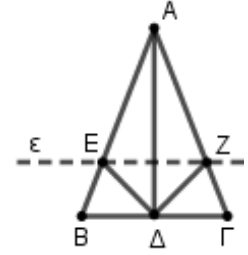


13446. Θεωρούμε ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$). Φέρουμε μια ευθεία (ε) παράλληλη προς την $B\Gamma$ η οποία τέμνει τις πλευρές AB και $A\Gamma$ στα σημεία E και Z αντίστοιχα.

α) Να αποδείξετε ότι:

- i. $\hat{A}\hat{E}Z = \hat{B}$ και $\hat{A}\hat{Z}E = \hat{\Gamma}$.
- ii. Το τρίγωνο AEZ είναι ισοσκελές.

β) Αν η AD είναι διχοτόμος της γωνίας $\hat{A}$ του τριγώνου $AB\Gamma$, να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα AED και AZD είναι ίσα.



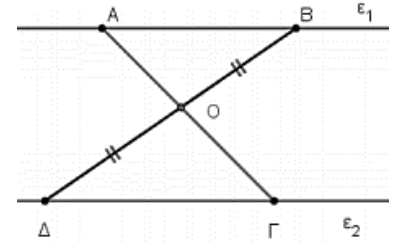
13495. Στο διπλανό σχήμα οι ευθείες ε_1 και ε_2 είναι παράλληλες και το σημείο O είναι μέσο του $B\Delta$.

α) Να αποδείξετε ότι οι γωνίες $\hat{A}\hat{B}O$ και $\hat{G}\hat{\Delta}O$ είναι ίσες.

β) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ABO και $\Gamma\Delta O$ είναι ίσα.

γ) Ένας μαθητής ισχυρίζεται ότι η $A\Delta$ είναι παράλληλη στην $B\Gamma$.

Συμφωνείτε με τον ισχυρισμό του; Δικαιολογήστε την απάντησή σας.



1^ο Θέμα

12462.α) Να χαρακτηρίσετε καθεμιά από τις προτάσεις που ακολουθούν ως **Σωστή (Σ)** ή **Λανθασμένη (Λ)**, γράφοντας στην κόλλα σας, δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε καθεμιά από αυτές το γράμμα Σ αν η πρόταση είναι Σωστή, ή το γράμμα Λ αν αυτή είναι Λάθος.

i. Το ύψος ισοσκελούς τριγώνου που αντιστοιχεί στη βάση του, είναι διάμεσος και διχοτόμος της γωνίας της κορυφής.

ii. Στο αμβλυγώνιο τρίγωνο και οι τρεις γωνίες του είναι αμβλείες.

iii. Σε κάθε ισοσκελές τρίγωνο καθεμιά από τις τρεις γωνίες του είναι ίση με 60° .

iv. Αν ένα τρίγωνο έχει δύο γωνίες ίσες, τότε είναι ισοσκελές.

v. Αν δύο παράλληλες ευθείες τέμνονται από τρίτη ευθεία, τότε σχηματίζουν τις εντός εναλλάξ γωνίες ίσες.

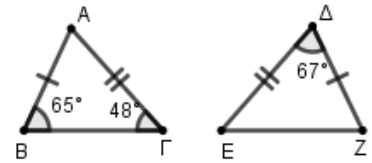
β) Να αποδείξετε ότι κάθε σημείο που βρίσκεται πάνω στη μεσοκάθετο ενός ευθυγράμμου τμήματος ι απέχει από τα άκρα του τμήματος.

Άθροισμα γωνιών τριγώνου

2^ο Θέμα

12359. Δίνονται τα τρίγωνα ABΓ και ΔZE με $AB = \Delta Z$, $AG = \Delta E$, $\hat{B} = 65^\circ$, $\hat{\Gamma} = 48^\circ$, $\hat{\Delta} = 67^\circ$.

- α) Να αποδείξετε ότι $\hat{A} = 67^\circ$.
 β) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ABΓ και ΔZE είναι ίσα.
 γ) Αν $B\Gamma = 9$ να υπολογίσετε την πλευρά EZ.

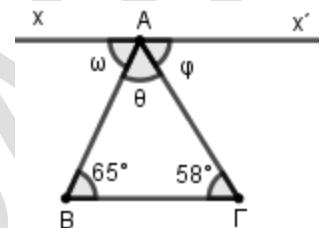


12463. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ABΓ με $AB = AG$ και $\hat{A} = 80^\circ$. Έστω BΔ το ύψος του τριγώνου από την κορυφή B. Να υπολογίσετε:

- α) Τις γωνίες B και Γ του τριγώνου ABΓ.
 β) Τη γωνία ΔΒΓ.

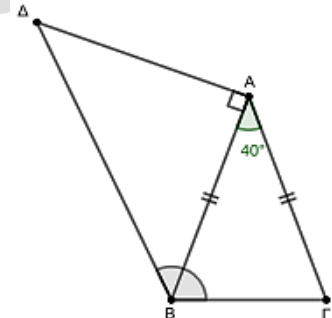
12464. Στο σχήμα που ακολουθεί η $x'x$ διέρχεται από την κορυφή A και είναι παράλληλη στην πλευρά BΓ. Αν ξέρετε ότι για τις γωνίες του τριγώνου ABΓ είναι $\hat{B} = 65^\circ$ και $\hat{\Gamma} = 58^\circ$:

- α) Να απαντήσετε στις παρακάτω ερωτήσεις και να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας:
 i. Είναι κάποια από τις σημειωμένες γωνίες $\hat{\omega}$, $\hat{\phi}$ ή $\hat{\theta}$ ίση με 65° ;
 ii. Είναι κάποια από τις σημειωμένες γωνίες $\hat{\omega}$, $\hat{\phi}$ ή $\hat{\theta}$ ίση με 58° ;
 β) Να γράψετε πόσες μοίρες είναι καθεμία από τις γωνίες $\hat{\omega}$, $\hat{\phi}$ και $\hat{\theta}$.



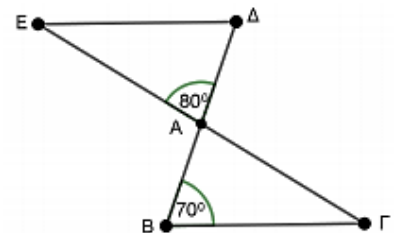
12456. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ABΓ με $AB = AG$ και $\hat{A} = 40^\circ$.

- α) Να υπολογίσετε τις γωνίες B και Γ του τριγώνου ABΓ.
 β) Με πλευρά την AB και εξωτερικά του τριγώνου κατασκευάζουμε το ορθογώνιο και ισοσκελές τρίγωνο BΔ, όπως φαίνεται στο σχήμα. Να δικαιολογήσετε γιατί η γωνία ΔΒΓ είναι ίση με 115° .



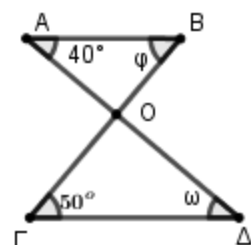
12511. Στο παρακάτω σχήμα το A είναι μέσο των ευθυγράμμων τμημάτων BΔ και ΓΕ. Αν η γωνία ABΓ ισούται με 70° και η γωνία ΔAE ισούται με 80° τότε:

- α) Να υπολογίσετε τη γωνία A του τριγώνου ABΓ.
 β) Να υπολογίσετε τη γωνία Γ του τριγώνου ABΓ.
 γ) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ABΓ και ΔAE είναι ίσα.



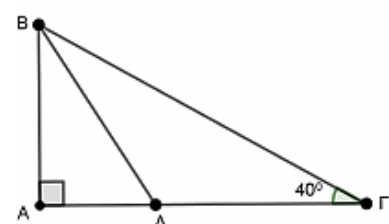
12532. Δίνονται τα παράλληλα ευθύγραμμα τμήματα AB και ΓΔ του παρακάτω σχήματος. Αν τα ευθύγραμμα τμήματα AΔ και BΔ τέμνονται στο O, τότε:

- α) Να υπολογίσετε σε μοίρες τις γωνίες ω και φ.
 β) Να δικαιολογήσετε γιατί το ευθύγραμμο τμήμα OA είναι κάθετο στο ευθύγραμμο τμήμα OB.



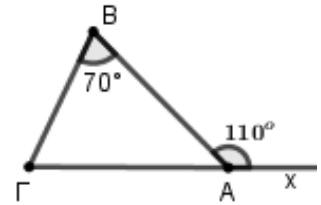
12533. Στο ορθογώνιο τρίγωνο ABΓ με $\hat{A} = 90^\circ$ και $\hat{\Gamma} = 40^\circ$, η BΔ είναι διχοτόμος της γωνίας B. Αιτιολογώντας τις απαντήσεις σας να υπολογίσετε:

- α) πόσες μοίρες είναι η γωνία ABΓ.
 β) πόσες μοίρες είναι η γωνία ABD.
 γ) πόσες μοίρες είναι η γωνία BΔA.



12534. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ στο οποίο η εξωτερική γωνία της A , είναι ίση με 140° . Επίσης η γωνία του B ισούται με 70° .

- α)** Να υπολογίσετε πόσες μοίρες είναι η γωνία A του τριγώνου.
β) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισοσκελές.

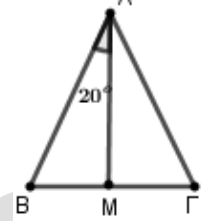


12536. Το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισοσκελές με $AB=AG$ και η AM είναι διχοτόμος του τριγώνου.

α) Αν η $AG=5$, να υπολογίσετε το μήκος της AB .

β) Αν η γωνία BAM είναι ίση με 20° , να υπολογίσετε:

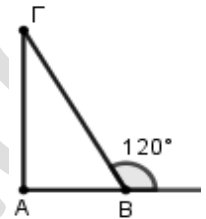
- i.** πόσες μοίρες είναι η γωνία A του τριγώνου $AB\Gamma$. **ii.** πόσες μοίρες είναι οι γωνίες B και Γ του ισοσκελούς τριγώνου $AB\Gamma$.



12537. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ στο οποίο η εξωτερική γωνία της B ισούται με 120° .

α) Να υπολογίσετε πόσες μοίρες είναι η γωνία B του τριγώνου $AB\Gamma$.

β) Αν η γωνία Γ του τριγώνου είναι ίση με 30° να αιτιολογήσετε γιατί το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο.

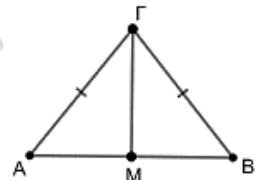


12658. Το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισοσκελές με $AG = BG$ και η γωνία $\Gamma\hat{A}B$ είναι η ίση με 55° .

α) Να υπολογίσετε τη γωνία $\Gamma\hat{B}A$.

β) Να υπολογίσετε τη γωνία $A\hat{\Gamma}B$.

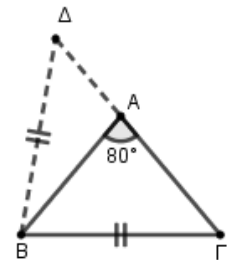
γ) Αν επιπλέον το GM είναι ύψος του ισοσκελούς τριγώνου $AB\Gamma$ να υπολογίσετε τη γωνία $A\hat{\Gamma}M$.



12962. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB=AG$) με γωνία $\hat{A} = 80^\circ$. Έστω Δ σημείο στην προέκταση της πλευράς AG προς το μέρος του A , τέτοιο ώστε $BD=BG$.

α) Να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{B}$ και $\hat{\Gamma}$ του τριγώνου $AB\Gamma$.

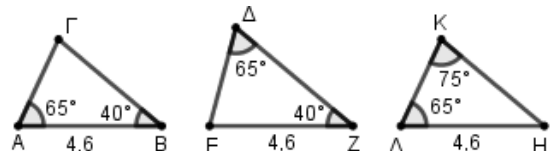
β) Να αποδείξετε ότι η γωνία $\Gamma\hat{B}\Delta$ είναι ίση με τη γωνία $\hat{A}$.



12964. Στο παρακάτω σχήμα δίνονται τα τρίγωνα $AB\Gamma$, ΔEZ και $K\Lambda H$ στα οποία είναι σημειωμένες δύο γωνιές τους και επιπλέον οι πλευρές $B\Gamma$, EZ και ΛH είναι ίσες μεταξύ τους, δηλαδή $B\Gamma = EZ = \Lambda H = 4,6$.

α) Να υπολογίσετε τις τρίτες γωνίες τους $\hat{A}$, $\hat{E}$ και $\hat{H}$ αντίστοιχα των τριών τριγώνων.

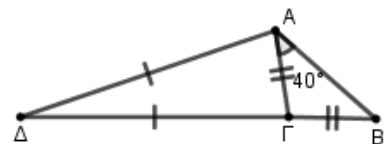
β) Δύο από τα τρίγωνα του παρακάτω σχήματος είναι ίσα μεταξύ τους. Να γράψετε ποια είναι αυτά δικαιολογώντας την απάντησή σας.



12965. Δίνονται ισοσκελές τρίγωνο ΔAG με $\Delta A = \Delta \Gamma$. Στην προέκταση της $\Delta \Gamma$ προς το μέρος του Γ θεωρούμε σημείο B τέτοιο ώστε $\Gamma B = \Gamma A$. Αν $\Gamma\hat{A}B = 40^\circ$, να υπολογίσετε:

α) Τις γωνίες του τριγώνου ΓAB .

β) Τις γωνίες του τριγώνου ΔAG .

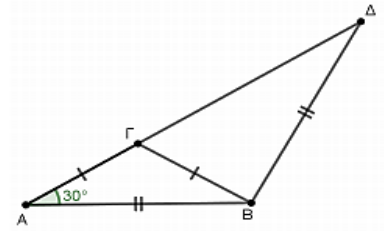


12968. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $BA\Delta$ με $BA = B\Delta$. Έστω Γ ένα εσωτερικό σημείο της $A\Delta$ τέτοιο ώστε $\Gamma A = \Gamma B$. Αν η γωνία $\hat{A}$ του τριγώνου $BA\Delta$ είναι ίση με 30° .

α) Να υπολογίσετε:

- τις γωνίες του τριγώνου ΓAB .
- τις γωνίες του τριγώνου $BA\Delta$.

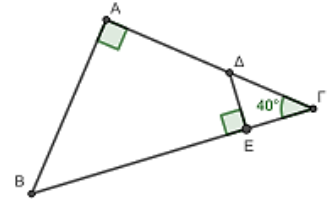
β) Ποια είναι η σχέση της γωνίας $\hat{A\hat{B}\Delta}$ με τη γωνία $\hat{A}$;



13000. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{A} = 90^\circ$ και $\hat{\Gamma} = 40^\circ$. Από τυχαίο σημείο Δ της πλευράς $A\Gamma$, φέρουμε τμήμα ΔE κάθετο στη $B\Gamma$. Να υπολογίσετε :

α) Τις γωνίες του τριγώνου $\Delta E\Gamma$.

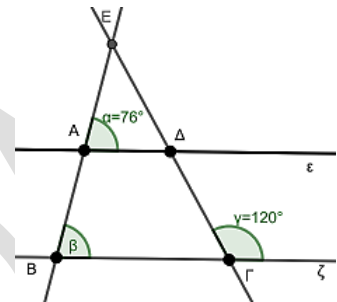
β) Τις γωνίες του τετραπλεύρου $A\Delta E B$.



13004. Στο σχήμα που ακολουθεί οι ευθείες ϵ και ζ είναι παράλληλες με $\hat{\alpha} = 76^\circ$ και $\hat{\gamma} = 120^\circ$. Να βρείτε:

α) Πόσες μοίρες είναι η γωνία $\hat{\beta}$, δικαιολογώντας την απάντησή σας.

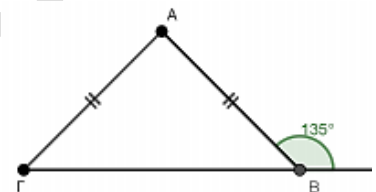
β) Πόσες μοίρες είναι η γωνία $\hat{B\hat{E}\Gamma}$, δικαιολογώντας την απάντησή σας.



13230. Στο τρίγωνο $AB\Gamma$ του σχήματος, δίνεται ότι $AB = A\Gamma$ και $\hat{B_{εξ}} = 135^\circ$.

α) Να υπολογίσετε καθεμία από τις γωνίες του τριγώνου $AB\Gamma$.

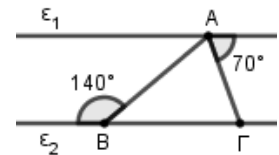
β) Να βρείτε το είδος του τριγώνου ως προς τις πλευρές καθώς και το είδος του τριγώνου ως προς τις γωνίες του.



13437. Στο διπλανό σχήμα η ευθεία ϵ διέρχεται από την κορυφή A του τριγώνου $AB\Gamma$ και είναι παράλληλη στην ευθεία ϵ που ορίζεται από τις κορυφές B και Γ .

α) Να υπολογίσετε τη γωνία $\hat{B}$ του τριγώνου $AB\Gamma$.

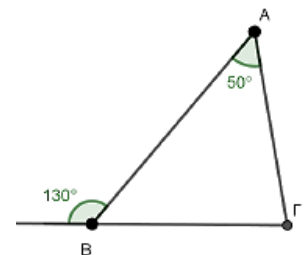
β) Να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{\Gamma}$ και $\hat{A}$ του τριγώνου $AB\Gamma$.



13293. Έστω τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{B_{εξ}} = 130^\circ$ και $\hat{A} = 50^\circ$, όπως φαίνεται στο σχήμα.

α) Να υπολογίσετε καθεμία από τις γωνίες του τριγώνου $AB\Gamma$.

β) Να δικαιολογήσετε γιατί το τρίγωνο ΓAB είναι ισοσκελές και να γράψετε ποιες είναι οι ίσες πλευρές του και ποια είναι η βάση του.

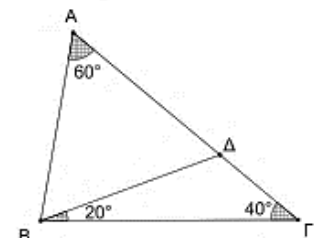


13438. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{A} = 60^\circ$ και $\hat{\Gamma} = 40^\circ$. Στην πλευρά $A\Gamma$ θεωρούμε σημείο Δ , ώστε $\hat{\Gamma\hat{B}\Delta} = 20^\circ$.

α) Να υπολογίσετε τη γωνία $\hat{A\hat{\Delta}B}$.

β) Τι είδους τρίγωνο είναι το $AB\Delta$;

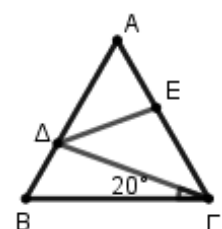
Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.



13439. Δίνεται ισόπλευρο τρίγωνο $AB\Gamma$ και σημείο Δ της πλευράς AB ώστε $\hat{B\hat{\Gamma}\Delta} = 20^\circ$.

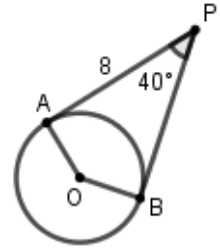
α) Να αποδείξετε ότι $\hat{A\hat{\Delta}\Gamma} = 80^\circ$.

β) Αν η διχοτόμος της γωνίας $\hat{A\hat{\Delta}\Gamma}$ τέμνει την πλευρά $A\Gamma$ στο σημείο E , να αποδείξετε ότι $E\hat{\Delta}\Gamma = E\hat{\Gamma}\Delta$.



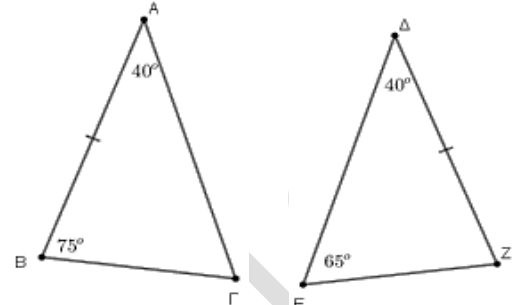
13493. Δίνεται κύκλος κέντρου O και ακτίνας ρ . Από σημείο P εκτός του κύκλου φέρουμε τα εφαπτόμενα τμήματα PA και PB . Αν είναι $PA = 8$ και $\hat{APB} = 40^\circ$, τότε να υπολογίσετε:

- α) Το εφαπτόμενο τμήμα PB .
- β) Την $\hat{APO}$.
- γ) Την $\hat{POB}$.



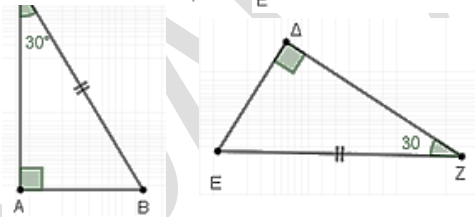
13492. Δίνονται τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και ΔZE με $AB = \Delta Z$, $\hat{B} = 75^\circ$, $\hat{A} = 40^\circ$, $\hat{\Delta} = 40^\circ$ και $\hat{E} = 65^\circ$.

- α) Να αποδείξετε ότι $\hat{Z} = 75^\circ$.
- β) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και ΔZE είναι ίσα.
- γ) Αν $AG = 8$, να υπολογίσετε την ΔE .



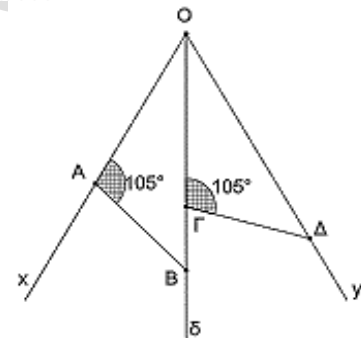
13494. Δίνονται τα ορθογώνια τρίγωνα $AB\Gamma$ και ΔEZ με $B\Gamma = EZ$ και $\hat{\Gamma} = \hat{Z} = 30^\circ$.

- α) Να υπολογίσετε τη γωνία E .
- β) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και ΔEZ είναι ίσα.
- γ) Αν είναι $AB = 5$, τότε να βρείτε το μήκος της ΔE και να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.



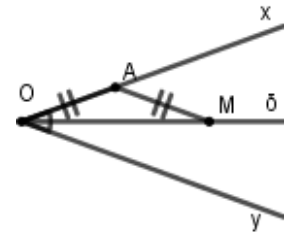
13529. Στο διπλανό σχήμα η γωνία $x\hat{O}y$ είναι 60° . Η $O\delta$ είναι διχοτόμος της γωνίας $x\hat{O}y$ και ισχύει $OA = O\Gamma$. Αξιοποιώντας τα δεδομένα του σχήματος:

- α) να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου OAB .
- β) να συγκρίνετε τα τρίγωνα OAB και $O\Gamma\Delta$ και να αιτιολογήσετε γιατί είναι $AB = \Gamma\Delta$.



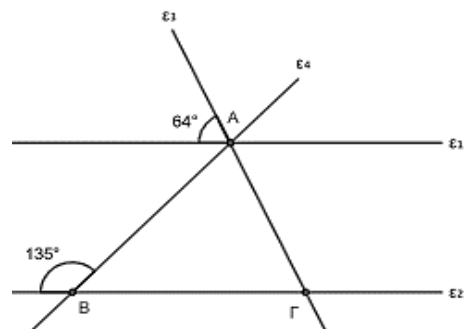
13624. Σχεδιάζουμε γωνία $x\hat{O}y = 40^\circ$ και παίρνουμε τυχαίο σημείο A πάνω στην πλευρά Ox . Φέρουμε τη διχοτόμο $O\delta$ της γωνίας $x\hat{O}y$ και θεωρούμε σημείο M στην $O\delta$, τέτοιο ώστε $AO = AM$.

- α) Να υπολογίσετε τη γωνία $\delta\hat{O}y$.
- β) Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου AOM .
- γ) Να προσδιορίσετε το είδος του τριγώνου AOM ως προς τις γωνίες του και να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

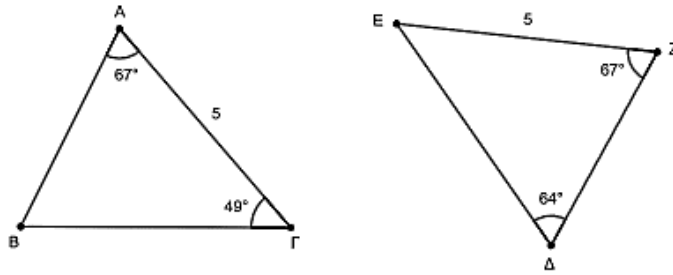


13627. Θεωρούμε τις παράλληλες ευθείες ϵ_1 και ϵ_2 οι οποίες τέμνονται από τις ευθείες ϵ_3 και ϵ_4 στα σημεία A , B και Γ όπως φαίνεται στο σχήμα.

- α) Να αποδείξετε ότι $\hat{\Gamma BA} = 45^\circ$ και $\hat{A\Gamma B} = 64^\circ$.
- β) Να υπολογίσετε τη γωνία $B\hat{A}\Gamma$.
- γ) Ποιο είναι το είδος του τριγώνου $AB\Gamma$ ως προς τις γωνίες του; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.



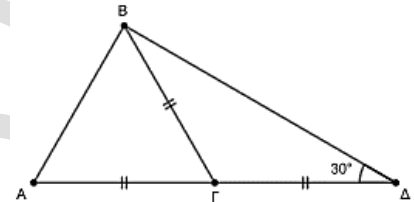
13631. Δίνονται τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και ΔEZ του σχήματος με $A\Gamma = 5$, $\hat{A} = 67^\circ$, $\hat{\Gamma} = 49^\circ$, $EZ = 5$, $\hat{\Delta} = 64^\circ$ και $\hat{Z} = 67^\circ$.



- α) Να αποδείξετε ότι $\hat{B} = 64^\circ$ και $\hat{E} = 49^\circ$.
 β) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και ΔEZ είναι ίσα.
 γ) Να αντιγράψετε και να συμπληρώσετε στην κόλλα σας τις δύο επόμενες ισότητες, οι οποίες προκύπτουν ως άμεσα συμπεράσματα της ισότητας των τριγώνων $AB\Gamma$ και ΔEZ , και να αιτιολογήσετε την απάντησή σας: $B\Gamma = \dots\dots$, $AB = \dots\dots$

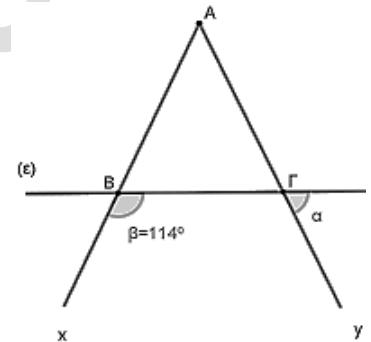
13673. Στο διπλανό σχήμα δίνεται ότι $A\Gamma = \Gamma B = \Gamma\Delta$ και $\hat{\Delta} = 30^\circ$.

- α) Να αποδείξετε ότι $\hat{\Delta B\Gamma} = 30^\circ$ και $\hat{\Delta\Gamma B} = 120^\circ$.
 β) Να υπολογίσετε τη γωνία $B\hat{\Gamma}A$.
 γ) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισόπλευρο.



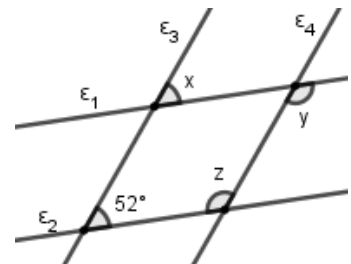
13684. Στο σχήμα που ακολουθεί, οι ημιευθείες Ax και Ay τέμνονται από την ευθεία (ϵ) στα σημεία B και Γ αντίστοιχα. Έστω ότι οι γωνίες $\hat{\beta}$ και $\hat{\alpha}$ είναι παραπληρωματικές με $\hat{\beta} = 114^\circ$.

- α) Να αιτιολογήσετε γιατί είναι $\hat{AB\Gamma} = \hat{A\Gamma B} = 66^\circ$.
 β) Τι είδους τρίγωνο είναι το $AB\Gamma$ ως προς τις πλευρές του; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.
 γ) Να υπολογίσετε τη γωνία $B\hat{A}\Gamma$.



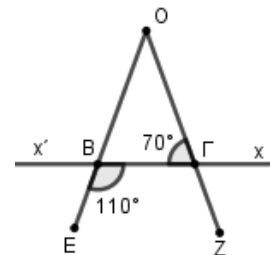
13787. Στο παρακάτω σχήμα ισχύει $\epsilon_1 // \epsilon_2$ και $\epsilon_3 // \epsilon_4$.

- α) Να υπολογίσετε τη γωνία $\hat{x}$ δικαιολογώντας την απάντησή σας.
 β) Να υπολογίσετε τη γωνία $\hat{z}$ δικαιολογώντας την απάντησή σας.
 γ) Να υπολογίσετε τη γωνία $\hat{y}$ δικαιολογώντας την απάντησή σας.



13827. Στο παρακάτω σχήμα, τα τμήματα OE και OZ τέμνονται από την ευθεία $x'x$ στα σημεία B και Γ αντίστοιχα. Αν είναι $\hat{EB\Gamma} = 110^\circ$ και $\hat{O\Gamma B} = 70^\circ$ τότε:

- α) Να αιτιολογήσετε γιατί είναι $\hat{O\hat{B}\Gamma} = 70^\circ$.
 β) Να προσδιορίσετε το είδος του τριγώνου $OB\Gamma$ ως προς τις πλευρές του. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.
 γ) Να υπολογίσετε τη γωνία $B\hat{O}\Gamma$ του τριγώνου $OB\Gamma$.



4^ο Θέμα

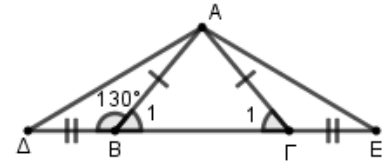
12360. Σε ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$) προεκτείνουμε την $B\Gamma$ προς το μέρος του B και προς το μέρος του Γ κατά ίσα τμήματα $B\Delta$ και ΓE αντίστοιχα.

α) Αν $\hat{B}_{\text{εξωτ}} = 130^\circ$, τότε:

i. Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου $AB\Gamma$.

ii. Να αποδείξετε ότι $A\Delta = AE$.

β) Να αποδείξετε ότι οι αποστάσεις των σημείων B και Γ από τις $A\Delta$ και AE αντίστοιχα, είναι ίσες.



12458. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$) και σημεία Δ και E στις προεκτάσεις της $B\Gamma$ προς το B και το Γ , τέτοια ώστε $B\Delta = \Gamma E$.

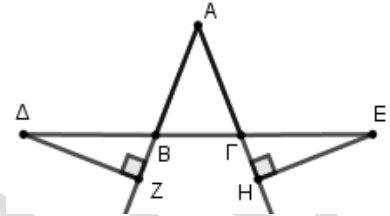
Έστω ότι $\Delta H \perp AB$ και $E\Theta \perp A\Gamma$.

α) Να αποδείξετε ότι:

i. $BZ = \Gamma H$

ii. Το τρίγωνο AHZ είναι ισοσκελές.

β) Αν $\hat{A} = 50^\circ$, να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου AHZ .



12466. Στο σχήμα που ακολουθεί δίνεται κύκλος με κέντρο O και ακτίνα ρ .

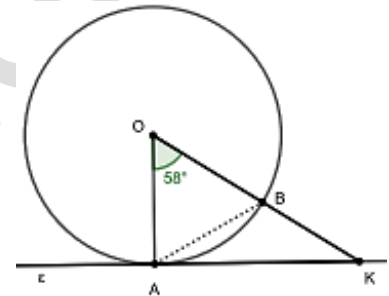
Η ευθεία ε είναι η εφαπτόμενη του κύκλου στο σημείο A , και η προέκτασή της ακτίνας OB τέμνει την ευθεία ε στο K .

α) Αν η γωνία $\hat{O}$ είναι 58° :

i. Να υπολογίσετε τη γωνία $\hat{O}BA$.

ii. Να υπολογίσετε καθεμία από τις γωνίες του τριγώνου ABK .

β) Πόες μοίρες έπρεπε να είχαμε σχεδιάσει τη γωνία $\hat{O}$ ώστε η χορδή AB να είναι ίση με την ακτίνα ρ ;

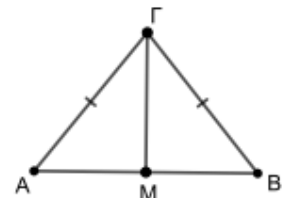


12660. Στο τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει $A\Gamma = B\Gamma$, η ΓM είναι διάμεσος της AB , το $BM = 3$ και η γωνία $\hat{A}\Gamma M$ είναι ίση με 33° .

α) Να υπολογίσετε το μήκος της AB .

β) Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου $AB\Gamma$.

γ) Αν δεν σας δίνεται ότι $\hat{A}\Gamma M = 33^\circ$ αλλά, αντί για αυτό, έχετε ότι $A\Gamma = 6$, τότε να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου $AB\Gamma$.



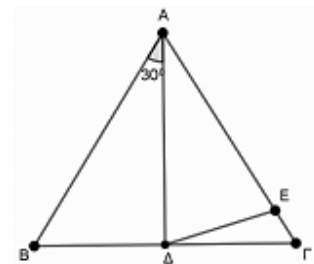
12697. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = A\Gamma$ και η διάμεσός του $A\Delta$ τέτοια, ώστε $\hat{B}\hat{A}\Delta = 30^\circ$.

Θεωρούμε σημείο E στην $A\Gamma$ τέτοιο, ώστε $A\Delta = AE$.

α) Να υπολογίσετε τη γωνία $\Delta A\Gamma$.

β) Να αιτιολογήσετε ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισόπλευρο.

γ) Να υπολογίσετε τη γωνία $E\Delta\Gamma$.

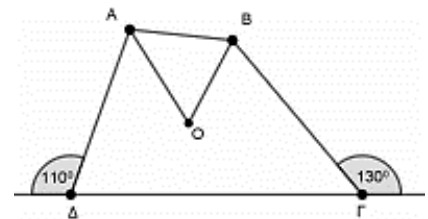


12700. Στο τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ η εξωτερική γωνία της Γ ισούται με 130° και η εξωτερική γωνία της Δ ισούται με 110° . Αν οι διχοτόμοι των γωνιών του A και B τέμνονται στο O , τότε να υπολογίσετε:

α) τα μέτρα των γωνιών Γ και Δ του τετραπλεύρου.

β) το μέτρο του αθροίσματος $\hat{A} + \hat{B}$.

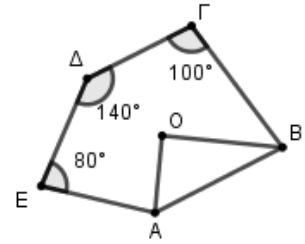
γ) το μέτρο της γωνίας AOB .



12701. Στο κυρτό πολύγωνο ΑΒΓΔΕ, οι διχοτόμοι των γωνιών του Α και Β τέμνονται στο Ο.

Αν η γωνία του Γ ισούται με 100° , η γωνία του Δ ισούται με 140° και η γωνία του Ε ισούται με 80° τότε, να υπολογίσετε:

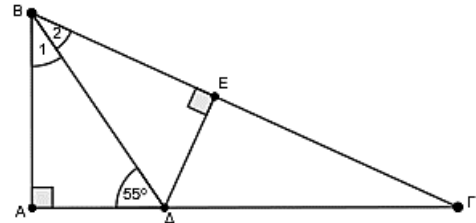
- σε μοίρες, το μέτρο του αθροίσματος $\hat{A} + \hat{B} + \hat{\Gamma} + \hat{\Delta} + \hat{E}$.
- σε μοίρες, το μέτρο του αθροίσματος $\hat{A} + \hat{B}$.
- σε μοίρες, το μέτρο της γωνίας ΑΟΒ.



12838. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{A} = 90^\circ$).

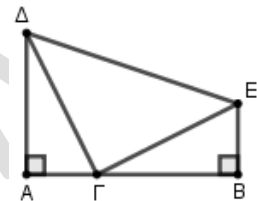
Η διχοτόμος της γωνίας Β τέμνει την πλευρά ΑΓ στο σημείο Δ, ώστε η γωνία ΑΔΒ να ισούται με 55° . Από το Δ φέρνουμε τμήμα ΔΕ κάθετο στην πλευρά ΒΓ.

- Να υπολογίσετε τη γωνία $\hat{B}_1$.
- Να αποδείξετε ότι $AB = BE$.
- Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου ΓΔΕ.



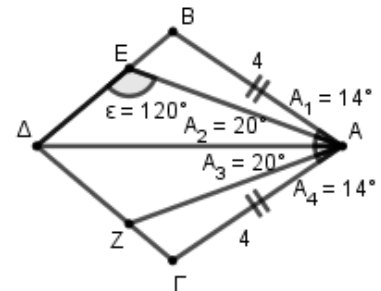
12839. Στο διπλανό σχήμα οι γωνίες Α, Β είναι ορθές και επιπλέον $AD = BG$ και $AG = BE$.

- Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΑΓΔ και ΒΓΕ είναι ίσα.
- Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ΓΔΕ είναι ισοσκελές.
- Αν $\hat{E}\hat{\Gamma}B = 40^\circ$ τότε να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ΔΓΕ είναι ορθογώνιο και ισοσκελές.



12969. Στο παρακάτω σχήμα είναι $\hat{A}_1 = \hat{A}_4 = 14^\circ$, $\hat{A}_2 = \hat{A}_3 = 20^\circ$ και $AB = AG = 4$.

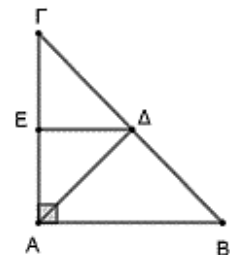
- Να αποδείξετε ότι:
 - Τα τρίγωνα ΑΒΔ και ΑΓΔ είναι ίσα.
 - Οι γωνίες $\hat{B}\hat{\Delta}A$ και $\hat{\Gamma}\hat{\Delta}A$ είναι ίσες.
- Να αποδείξετε ότι $DE = \Delta Z$.
- Αν για τη γωνία $\hat{\epsilon}$ ισχύει ότι $\hat{\epsilon} = 120^\circ$, να υπολογίσετε τη γωνία $\hat{B}$.



12971. Δίνεται ορθογώνιο και ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{A} = 90^\circ$ και $AB = AG$) και ΑΔ η διάμεσός του. Από το σημείο Δ φέρνουμε παράλληλη προς την ΑΒ που τέμνει την πλευρά ΑΓ στο σημείο Ε.

Να αποδείξετε ότι:

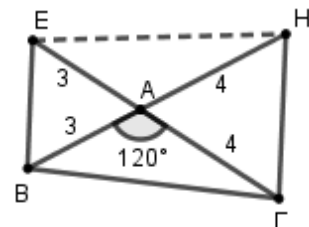
- Το τρίγωνο ΔΕΓ είναι ορθογώνιο.
- $DE = EG$.
- Το σημείο Ε είναι μέσο της πλευράς ΑΓ.



12973. Έστω τρίγωνο ΑΒΓ με $\hat{A} = 120^\circ$, $AB = 3$ και $AG = 4$.

Προεκτείνουμε την πλευρά ΒΑ προς το μέρος του Α, κατά τμήμα ΑΗ = 4 και την πλευρά ΓΑ προς το μέρος του Α, κατά τμήμα ΑΕ = 3, όπως στο παρακάτω σχήμα.

- Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΑΓΗ και ΑΒΕ είναι ισόπλευρα.
- Να δικαιολογήσετε γιατί το τρίγωνο ΑΕΗ είναι ίσο με το αρχικό τρίγωνο ΑΒΓ.
- Το τμήμα ΒΕ είναι παράλληλο στο τμήμα ΓΗ; Δικαιολογήστε την απάντησή σας.



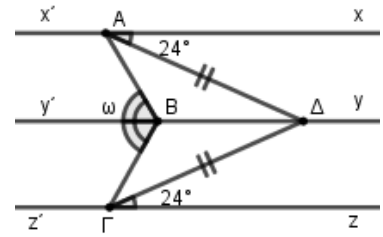
12975. Στο παρακάτω σχήμα οι ευθείες $x'x$, $y'y$ και $z'z$ είναι παράλληλες. Για τις γωνίες $\hat{x}\hat{A}\hat{\Delta}$ και $\hat{z}\hat{\Gamma}\hat{\Delta}$ ισχύει ότι $\hat{x}\hat{A}\hat{\Delta} = \hat{z}\hat{\Gamma}\hat{\Delta} = 24^\circ$. Τα τμήματα $A\Delta$ και $\Gamma\Delta$ είναι ίσα.

α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $AB\Delta$ και $\Gamma B\Delta$ είναι ίσα.

β) Αν τα τρίγωνα $AB\Delta$ και $\Gamma B\Delta$ είναι ισοσκελή με βάσεις $A\Delta$ και $\Gamma\Delta$ αντίστοιχα, να υπολογίσετε:

i. Τις γωνίες των τριγώνων $AB\Delta$ και $\Gamma B\Delta$.

ii. Τη γωνία $\hat{\omega}$.



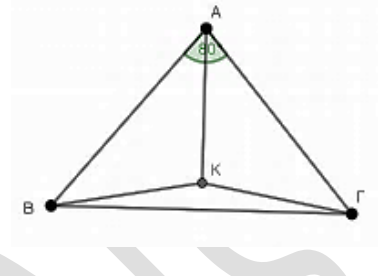
13002. Στο ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ του σχήματος έχουμε $AB = A\Gamma$ και $\hat{A} = 80^\circ$.

Το σημείο K είναι πάνω στη διχοτόμο της γωνίας A και τέτοιο ώστε $KA = KB = K\Gamma$.

α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα BKA και ΓKA είναι ίσα.

β) Να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{A}\hat{B}\hat{K}$ και $\hat{A}\hat{\Gamma}\hat{K}$.

γ) Να υπολογίσετε τη γωνία $BK\Gamma$.



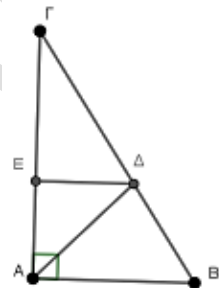
13285. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) και η διχοτόμος $A\Delta$ της γωνίας $\hat{A}$.

Από το σημείο Δ φέρουμε παράλληλη προς την AB που τέμνει την $A\Gamma$ στο E .

α) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $E\Delta\Gamma$ είναι ορθογώνιο.

β) Να υπολογίσετε την $\hat{A}\hat{\Delta}E$.

γ) Αν η γωνία $\hat{B}$ είναι 20° μεγαλύτερη από τη γωνία $\hat{\Gamma}$, να υπολογίσετε τη γωνία $\hat{E}\hat{\Delta}\Gamma$.



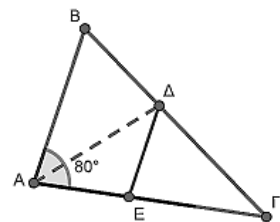
13286. Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ δίνεται ότι $\hat{A} = 80^\circ$ και $\hat{B} = 20^\circ + \hat{\Gamma}$. Φέρουμε τη διχοτόμο $A\Delta$ της γωνίας A .

α) Να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{B}$ και $\hat{\Gamma}$ του τριγώνου.

β) Αν η παράλληλη στην AB από το σημείο Δ τέμνει την $A\Gamma$ στο E , τότε:

i. Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου $\Delta E\Gamma$.

ii. Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $A\Delta E$ είναι ισοσκελές.



13289. Στο διπλανό σχήμα το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισοσκελές με $AB = A\Gamma$ και $\hat{A} = 30^\circ$.

α) Να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{B}$ και $\hat{\Gamma}$ του τριγώνου $AB\Gamma$.

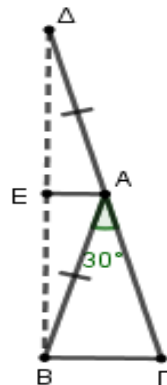
β) Προεκτείνουμε την ΓA προς το μέρος του A και παίρνουμε τμήμα $A\Delta = AB$. Να μεταφέρετε στην κόλλα σας συμπληρωμένη την πρόταση που ακολουθεί και να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

«Στο τρίγωνο $\Gamma B\Delta$ το τμήμα BA είναι που αντιστοιχεί στην πλευρά $\Delta\Gamma$ ».

γ) Αν το τμήμα AE είναι παράλληλο προς την πλευρά $B\Gamma$ και τέμνει τη ΔB στο E , τότε:

i. Να υπολογίσετε καθεμία από τις γωνίες $\hat{B}\hat{A}E$ και $\hat{E}\hat{A}\hat{\Delta}$.

ii. Να δικαιολογήσετε γιατί το AE είναι κάθετο στο τμήμα ΔB .

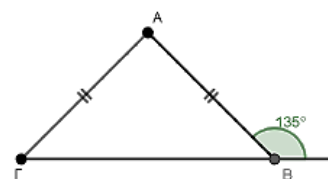


13290. Εστω ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{B}_{\epsilon\varsigma} = 135^\circ$, όπως φαίνεται στο σχήμα.

α) Να υπολογίσετε καθεμία από τις γωνίες του τριγώνου $AB\Gamma$.

β) Να δικαιολογήσετε γιατί το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο και ισοσκελές.

γ) Να σχεδιάσετε το ύψος $A\Delta$ του τριγώνου $AB\Gamma$ και να χαρακτηρίσετε το είδος του τριγώνου $A\Delta\Gamma$:



i. Ως προς τις γωνίες του.

ii. Ως προς τις πλευρές του.

13291. Έστω τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{B}_{\varepsilon\zeta} = 130^\circ$ και $\hat{A} = 50^\circ$, όπως φαίνεται στο σχήμα.

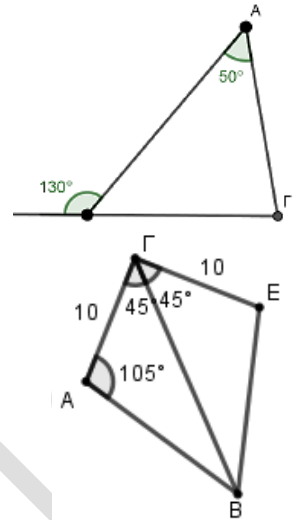
α) Να υπολογίσετε καθεμία από τις γωνίες του τριγώνου $AB\Gamma$.

β) Να δικαιολογήσετε γιατί το τρίγωνο ΓAB είναι ισοσκελές και να γράψετε ποια είναι η βάση του.

γ) Αν M είναι το μέσο του τμήματος AB και το τμήμα $M\Delta$ είναι παράλληλο στη $B\Gamma$, τότε :

i. Να υπολογίσετε καθεμία από τις γωνίες του τριγώνου $\Gamma M\Delta$.

ii. Ποιο είναι το είδος του τριγώνου $\Gamma M\Delta$ ως προς τις πλευρές του;

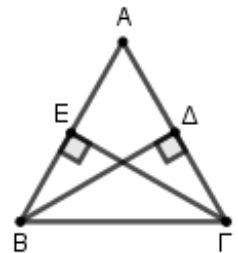


13292. Στο διπλανό σχήμα τα τμήματα ΓA και ΓE είναι ίσα με 10 και η γωνία $\hat{A}$ είναι ίση με 105° . Επιπλέον δίνεται ότι $\hat{A}\hat{\Gamma}B = \hat{B}\hat{\Gamma}E = 45^\circ$.

α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $A\Gamma B$ και $E\Gamma B$ είναι ίσα.

β) Να βρείτε πόσες μοίρες είναι η γωνία $\hat{A}\hat{B}E$.

γ) Να βρείτε το είδος του τριγώνου ABE .

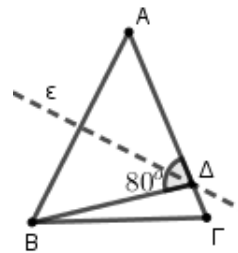


13440. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$) και τα ύψη του $B\Delta$ και ΓE .

α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $B\Delta\Gamma$ και ΓEB είναι ίσα.

β) Να δικαιολογήσετε γιατί $B\Delta = \Gamma E$.

γ) Αν τα ύψη $B\Delta$ και ΓE του τριγώνου είναι και διάμεσοι, να αποδείξετε ότι $\hat{A} = 60^\circ$.

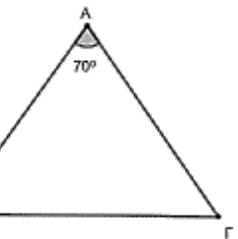


13447. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ στο οποίο η μεσοκάθετος (ε) της πλευράς του AB τέμνει την πλευρά του $A\Gamma$ σε εσωτερικό της σημείο Δ . Αν η γωνία $\hat{A}\hat{\Delta}B$ είναι ίση με 80° , τότε να αποδείξετε ότι:

α) i. Το τρίγωνο $A\Delta B$ είναι ισοσκελές με

ii. $\hat{A} = 50^\circ$.

β) Αν είναι $\hat{\Delta}\hat{B}\hat{\Gamma} = 15^\circ$, τότε το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισοσκελές.



13448. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$) με γωνία κορυφής $\hat{A} = 70^\circ$.

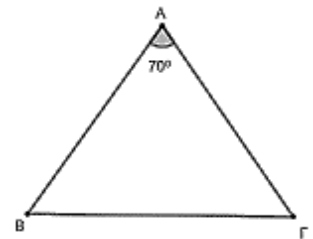
α) Ένας μαθητής ισχυρίζεται ότι οι άλλες δυο γωνίες $\hat{B}$ και $\hat{\Gamma}$ του τριγώνου $AB\Gamma$ είναι ίσες με 55° . Είναι ο ισχυρισμός του σωστός;

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

β) Αν E και Z είναι τα μέσα των πλευρών AB και $A\Gamma$ του τριγώνου $AB\Gamma$ αντίστοιχα, να αποδείξετε ότι:

i. Το τρίγωνο $A\hat{E}Z$ είναι ισοσκελές με $\hat{A}\hat{E}Z = \hat{A}\hat{Z}E = 55^\circ$.

ii. Η πλευρά EZ του τριγώνου $A\hat{E}Z$ είναι παράλληλη στην πλευρά $B\Gamma$ του τριγώνου $AB\Gamma$.



13449. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $A\Delta B$

($\hat{A} = 90^\circ$) και η διχοτόμος της γωνίας του $A\Delta B$ η οποία τέμνει την AB σε σημείο E . Στην προέκταση της $A\Delta$ (προς το Δ) θεωρούμε σημείο Γ τέτοιο ώστε $\Delta\Gamma = \Delta B$.

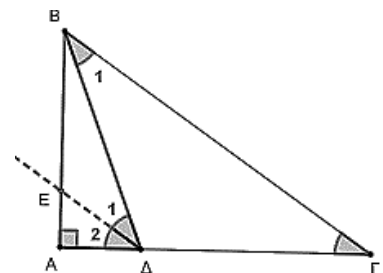
α) Να αποδείξετε ότι:

i. $\hat{B}_1 = \hat{\Gamma}$.

ii. $\hat{\Delta}_1 = \hat{\Gamma}$.

iii. Η διχοτόμος της γωνίας $\hat{A}\hat{\Delta}B$ είναι παράλληλη στο τμήμα $B\Gamma$.

β) Αν $\hat{A}\hat{\Delta}B = 70^\circ$ να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου $AB\Gamma$.



13501. Δίνονται τα οξυγώνια τρίγωνα $AB\Gamma$ και $A'B'\Gamma'$ με

ίσα ύψη $\Gamma\Delta = \Gamma'\Delta'$ και $\hat{B} = \hat{B}'$.

α) Να αποδείξετε ότι $B\Gamma = B'\Gamma'$.

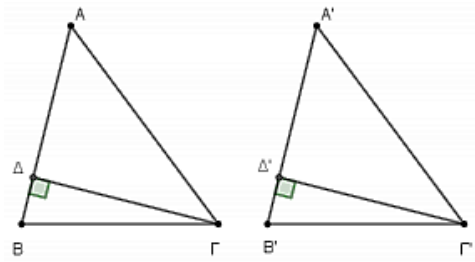
β) Αν επιπλέον $\hat{A} = \hat{A}'$, να αποδείξετε:

i. $\hat{\Gamma} = \hat{\Gamma}'$.

ii. Τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και $A'B'\Gamma'$ είναι ίσα.

γ) Αν επιπλέον στο τρίγωνο $AB\Gamma$ το ίχνος Δ του ύψους του

$\Gamma\Delta$ είναι το μέσο της πλευράς AB , ποιο είναι το είδος του τριγώνου $AB\Gamma$ ως προς τις πλευρές του; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.



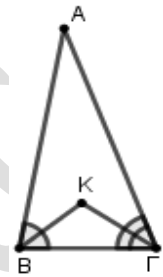
13504. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$. Οι διχοτόμοι των γωνιών $\hat{B}$ και $\hat{\Gamma}$ τέμνονται στο K .

α) Αν $\hat{B} = 80^\circ$ και $\hat{\Gamma} = 70^\circ$.

i. Να αποδείξετε ότι $\hat{A} = 30^\circ$.

ii. Να υπολογιστούν οι γωνίες του τριγώνου $BK\Gamma$.

β) Αν το τρίγωνο $BK\Gamma$ είναι ισοσκελές ($BK = \Gamma K$), τι τρίγωνο θα ήταν το $AB\Gamma$, ως προς τις πλευρές του; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.



13652. Θεωρούμε τις παράλληλες ευθείες ϵ_1 και ϵ_2 οι οποίες τέμνονται από τις ευθείες ϵ_3 και ϵ_4 στα σημεία A , B και Γ όπως φαίνεται στο σχήμα.

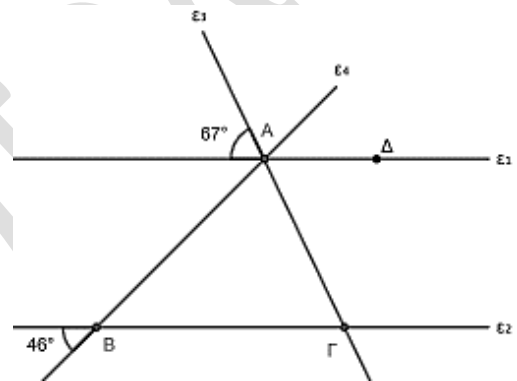
α) Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου $AB\Gamma$.

β) Να προσδιορίσετε το είδος του τριγώνου $AB\Gamma$ ως προς τις πλευρές του και να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

γ) i. Να υπολογίσετε τη γωνία $\Gamma\hat{A}\Delta$.

ii. Ένας μαθητής ισχυρίζεται ότι «η $A\Gamma$ είναι διχοτόμος της γωνίας $B\hat{A}\Delta$ ».

Συμφωνείτε με τον ισχυρισμό του; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.



13674. Σε κύκλο με κέντρο O και ακτίνα R θεωρούμε σημεία A και B ώστε $\hat{AOB} = 40^\circ$.

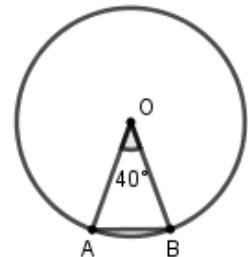
α) Να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{A}$ και $\hat{B}$ του τριγώνου OAB .

β) Προεκτείνουμε τις ακτίνες OA και OB κατά τμήματα $A\Gamma$ και $B\Delta$ αντίστοιχα έτσι ώστε $A\Gamma = OA$ και $B\Delta = OB$.

i. Να υπολογίσετε τις γωνίες $O\hat{\Gamma}\Delta$ και $O\hat{\Delta}\Gamma$.

ii. Να αποδείξετε ότι $AB \parallel \Gamma\Delta$.

γ) Αν προεκτείνουμε τις ακτίνες OA και OB κατά τμήματα $A\Gamma$ και $B\Delta$ αντίστοιχα έτσι ώστε $A\Gamma = 2OA$ και $B\Delta = 2OB$, τότε μπορούμε να συμπεράνουμε ότι $AB \parallel \Gamma\Delta$; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.



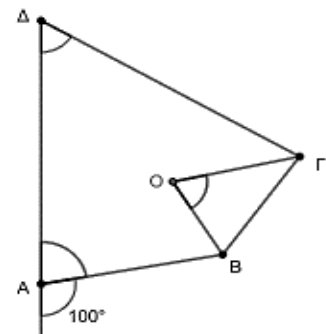
13675. Στο τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ του σχήματος είναι $\hat{A}_{εξ} = 100^\circ$ και

$\hat{B} + \hat{\Gamma} = 220^\circ$. Αν οι διχοτόμοι των γωνιών B και Γ τέμνονται στο O , τότε:

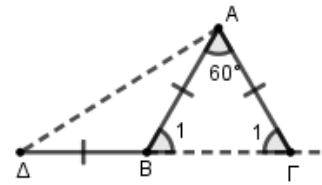
α) Να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{A}$ και $\hat{\Delta}$ του τετραπλεύρου $AB\Gamma\Delta$.

β) Να υπολογίσετε τη γωνία $B\hat{O}\Gamma$ του τριγώνου $BO\Gamma$.

γ) Πόσες μοίρες πρέπει να είναι καθεμιά από τις γωνίες $\hat{B}$ και $\hat{\Gamma}$ έτσι ώστε $A\Delta \parallel B\Gamma$;



13689. Στο παρακάτω σχήμα, τα σημεία Δ, Β και Γ βρίσκονται στην ίδια ευθεία, τα τμήματα ΒΔ, ΑΒ και ΑΓ είναι ίσα και $\hat{B}\hat{A}\hat{G} = 60^\circ$. Να αποδείξετε ότι:

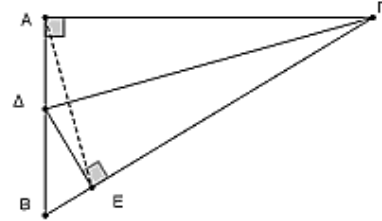


α) $\hat{B}_1 = \hat{G}_1 = 60^\circ$ και $\hat{A}\hat{B}\hat{\Delta} = 120^\circ$.

β) το τρίγωνο ΔΑΓ είναι ορθογώνιο.

γ) το τμήμα ΑΒ είναι η διάμεσος που αντιστοιχεί στην πλευρά ΒΓ του τριγώνου ΔΑΓ.

13691. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{A} = 90^\circ$) και η διχοτόμος της γωνίας του $\hat{G}$, η οποία τέμνει την πλευρά ΑΒ στο Δ. Από το Δ φέρουμε τμήμα ΔΕ κάθετο στην πλευρά ΒΓ.



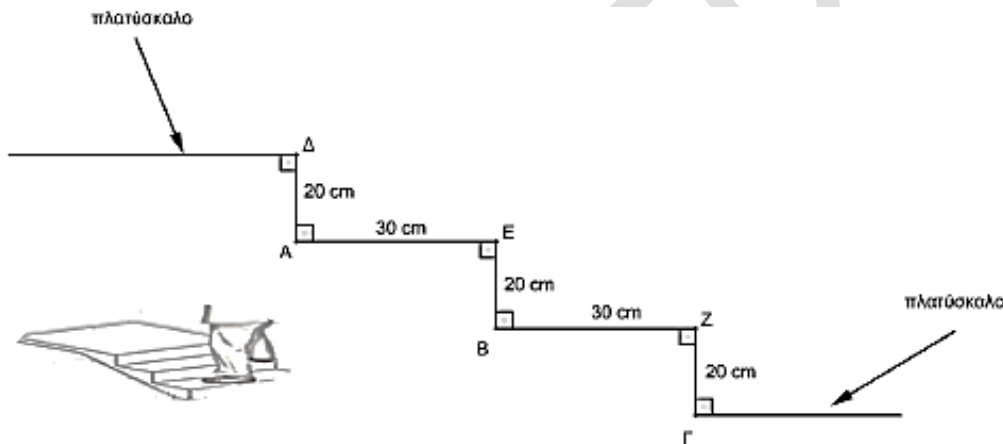
α) i. Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα

ΑΓΔ και ΕΓΔ είναι ίσα.

ii. Να γράψετε τις ισότητες πλευρών και γωνιών που προκύπτουν ως άμεσα συμπεράσματα από την ισότητα των τριγώνων ΑΓΔ και ΕΓΔ. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

β) Να αποδείξετε ότι η ΓΔ είναι μεσοκάθετος του ΑΕ.

13692. Το παρακάτω σχήμα αναπαριστά την πλάγια όψη τμήματος σκάλας. Λαμβάνοντας υπόψη τις πληροφορίες του σχήματος, δηλαδή $\Delta A = EB = Z\Gamma = 20$ cm, $AE = BZ = 20$ cm και οι γωνίες $\hat{\Delta} = \hat{A} = \hat{E} = \hat{B} = \hat{Z} = \hat{\Gamma} = 90^\circ$, να αποδείξετε ότι:



α) τα σημεία Α και Γ απέχουν το ίδιο από το σημείο Β.

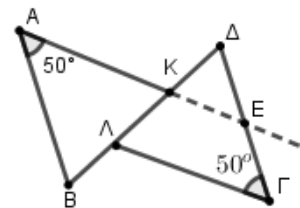
β) τα σημεία Α, Β και Γ βρίσκονται στην ίδια ευθεία.

13694. Τα τρίγωνα ΑΒΚ και ΓΔΛ είναι ισοσκελή και ίσα με $AB = \Gamma\Delta = AK = \Gamma\Lambda$ και $\hat{A} = \hat{\Gamma} = 50^\circ$.

α) Να αποδείξετε ότι $AB \parallel \Gamma\Delta$.

β) Αν η προέκταση της ΑΚ (προς το Κ) τέμνει την ΓΔ σε σημείο Ε, να προσδιορίσετε το είδος του τριγώνου ΚΔΕ ως προς τις πλευρές. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

γ) Τι θα αλλάζατε ή θα τροποποιούσατε στα δεδομένα ώστε το τρίγωνο ΚΔΕ να είναι ισόπλευρο; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.



13792. Σε τρίγωνο ΑΒΓ γνωρίζουμε ότι: $\hat{A}_{\varepsilon\gamma} = 130^\circ$ και $\hat{B} = 60^\circ$.

α) Να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{A}$ και $\hat{\Gamma}$ του τριγώνου ΑΒΓ.

β) Έστω ΒΕ και ΓΖ οι διχοτόμοι των γωνιών $\hat{B}$ και $\hat{\Gamma}$ αντίστοιχα που τέμνονται στο σημείο Ο.

Να υπολογίσετε τη γωνία $\hat{B}\hat{O}\hat{\Gamma}$.

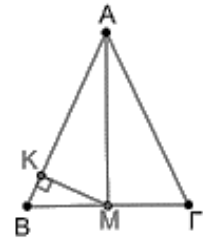
13820. Θεωρούμε το ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$

($AB = A\Gamma$) και το μέσο M της βάσης του $B\Gamma$, όπως φαίνεται στο σχήμα. Επίσης η MK είναι κάθετη στην AB .

α) Να αιτιολογήσετε ότι η $\hat{B}$ είναι συμπληρωματική της $\hat{B\hat{M}K}$.

β) Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου ABM στην περίπτωση που $\hat{B\hat{M}K} = 20^\circ$.

γ) Ποια γωνία του τριγώνου ABM του σχήματος είναι ίση με τη γωνία $\hat{B\hat{M}K}$; Να δικαιολογήσετε την απάντηση που δώσατε.

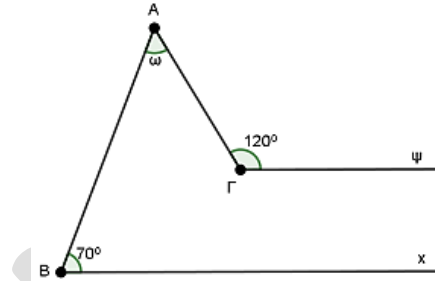


17334. Στο διπλανό σχήμα, οι ημιευθείες Bx και $\Gamma\psi$ είναι παράλληλες. Επιπλέον η γωνία ABx ισούται με 70° και η γωνία $A\Gamma\psi$ ισούται με 120° . Αν η προέκταση της $\Gamma\psi$ προς το Γ , τέμνει την AB στο Δ και η προέκταση της $A\Gamma$ προς το Γ τέμνει την Bx στο E να υπολογίσετε με πόσες μοίρες ισούνται:

α) η γωνία $\Gamma E x$.

β) η γωνία ω .

γ) η γωνία $\Gamma \Delta B$.



3^ο Θέμα

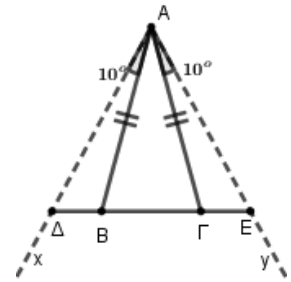
12457. Έστω το ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB=AG$) με $\hat{B}_{εξ} = 105^\circ$.

α) Να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{B}$ και $\hat{\Gamma}$ του τριγώνου $AB\Gamma$.

β) Φέρουμε τις ημιευθείες Ax και By τέτοιες ώστε $x\hat{A}B = y\hat{A}\Gamma = 10^\circ$, οι οποίες τέμνουν τις προεκτάσεις της $B\Gamma$, προς το B και προς το Γ , στα σημεία Δ και E αντίστοιχα, όπως στο σχήμα.

i. Να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{A}\hat{\Delta}B$ και $\hat{A}\hat{E}\Gamma$.

ii. Δικαιολογήστε γιατί το τρίγωνο $A\Delta E$ είναι ισοσκελές.

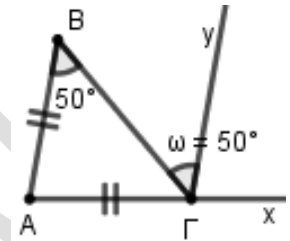


12467. Το τρίγωνο $AB\Gamma$ του σχήματος είναι ισοσκελές με $AB=AG$. Θεωρούμε ημιευθεία Γy εσωτερική της γωνίας $B\Gamma x$ τέτοια ώστε να σχηματίζει γωνία $\hat{\omega} = 50^\circ$ με την πλευρά ΓB .

α) Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου $AB\Gamma$.

β) Να υπολογίσετε τη γωνία $x\hat{\Gamma}y$.

γ) Να αποδείξετε ότι η ημιευθεία Γy είναι παράλληλη προς την ευθεία AB .



12659. Στο τρίγωνο $AB\Gamma$ η AM είναι διχοτόμος της γωνίας $B\hat{A}\Gamma$ και η γωνία $B\hat{A}M$ είναι ίση με 32° .

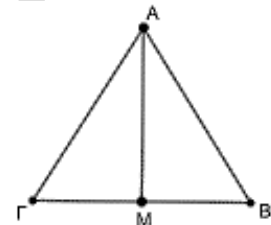
α) Να υπολογίσετε τη γωνία $B\hat{A}\Gamma$.

β) Να υπολογίσετε, σε μοίρες, το άθροισμα των γωνιών $\hat{B}$ και $\hat{\Gamma}$ του τριγώνου $AB\Gamma$.

γ) Σε ποια ή ποιες από τις δύο παρακάτω περιπτώσεις i. και ii. το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισοσκελές με $AB = AG$;

i. Αν $\hat{B} = 58^\circ$.

ii. Αν $\hat{B} = 64^\circ$.

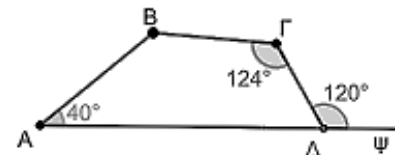


13819. Στο τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ του παρακάτω σχήματος δίνεται η εξωτερική γωνία $\Gamma\hat{\Delta}\psi = 120^\circ$ και οι γωνίες $\hat{A} = 40^\circ$ και $\hat{\Gamma} = 124^\circ$.

α) Να υπολογίσετε τη γωνία $\hat{\Delta}$ του τετράπλευρου $AB\Gamma\Delta$.

β) Να υπολογίσετε τη γωνία $\hat{B}$ του τετράπλευρου $AB\Gamma\Delta$.

γ) Είναι τα ευθύγραμμα τμήματα $A\Delta$ και $B\Gamma$ παράλληλα; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.



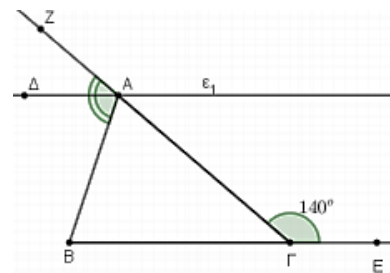
12702. Δίνεται το τρίγωνο $AB\Gamma$ και ευθεία ϵ_1 παράλληλη προς τη $B\Gamma$ που διέρχεται από το A . Αν $A\hat{\Gamma}E = 140^\circ$ και $B\hat{A}Z = 110^\circ$, τότε:

α) i. Να υπολογίσετε τις γωνίες A και Γ του τριγώνου $AB\Gamma$.

ii. Να υπολογίσετε τη γωνία B του τριγώνου $AB\Gamma$.

β) Να χαρακτηρίσετε το τρίγωνο $AB\Gamma$ ως προς τις πλευρές του.

γ) Να υπολογίσετε τη γωνία $B\hat{A}\Delta$.

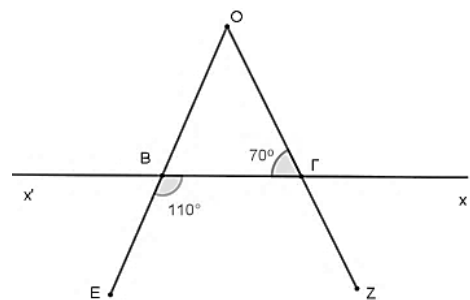


13827. Στο διπλανό σχήμα, τα τμήματα OE και OZ τέμνονται από την ευθεία $x'\hat{x}$ στα σημεία B και Γ αντίστοιχα. Αν είναι $E\hat{B}\Gamma = 110^\circ$ και $O\hat{\Gamma}B = 70^\circ$ τότε:

α) Να αιτιολογήσετε γιατί είναι $O\hat{B}\Gamma = 70^\circ$.

β) Να προσδιορίσετε το είδος του τριγώνου $OB\Gamma$ ως προς τις πλευρές του. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

γ) Να υπολογίσετε τη γωνία $B\hat{O}\Gamma$ του τριγώνου $OB\Gamma$.



1^ο Θέμα

12358.α) Να χαρακτηρίσετε καθεμιά από τις προτάσεις που ακολουθούν ως **Σωστή (Σ)** ή **Λανθασμένη (Λ)**, γράφοντας στην κόλλα σας, δίπλα στο αριθμό που αντιστοιχεί σε καθεμιά από αυτές το γράμμα Σ αν η πρόταση είναι Σωστή, ή το γράμμα Λ αν αυτή είναι Λάθος.

i. Κάθε εξωτερική γωνία τριγώνου είναι μεγαλύτερη από το άθροισμα των δύο απέναντι εσωτερικών του γωνιών.

ii. Αν δύο παράλληλες ευθείες τέμνονται από τρίτη, τότε σχηματίζουν τις εντός και επί τα αυτά μέρη γωνίες τους παραπληρωματικές.

iii. Αν δύο ορθογώνια τρίγωνα έχουν τις οξείες γωνίες τους ίσες μία προς μία, τότε είναι ίσα.

iv. Κάθε ισόπλευρο τρίγωνο είναι και ισοσκελές.

v. Κάθε σημείο της διχοτόμου μίας γωνίας ισαπέχει από τις πλευρές της.

β) Να αποδείξετε ότι το άθροισμα των γωνιών κάθε τριγώνου είναι 2 ορθές.

12453.α) Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

i. Οι οξείες γωνίες ενός ορθογωνίου τριγώνου είναι παραπληρωματικές.

ii. Αν δύο ορθογώνια τρίγωνα έχουν την υποτείνουσα και μία κάθετη πλευρά αντίστοιχα ίσες μία προς μία, τότε είναι ίσα.

iii. Τα εφαπτόμενα τμήματα κύκλου, που άγονται από σημείο εκτός αυτού είναι ίσα μεταξύ τους.

iv. Κάθε γωνία ενός ισοπλεύρου τριγώνου είναι 60° .

v. Αν δύο παράλληλες ευθείες τέμνονται από τρίτη ευθεία τότε σχηματίζουν εντός και επί τα αυτά μέρη γωνίες ίσες.

β) Να αποδείξετε ότι η διάμεσος ενός ισοσκελούς τριγώνου, που αντιστοιχεί στη βάση του, είναι διχοτόμος και ύψος.

12455.α) Να χαρακτηρίσετε καθεμιά από τις προτάσεις που ακολουθούν ως **Σωστή (Σ)** ή **Λανθασμένη (Λ)**, γράφοντας στην κόλλα σας, δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε καθεμιά από αυτές το γράμμα Σ αν η πρόταση είναι Σωστή, ή το γράμμα Λ αν αυτή είναι Λάθος.

i. Οι γωνίες ισοπλεύρου τριγώνου είναι ίσες.

ii. Δύο ορθογώνια τρίγωνα που έχουν τις κάθετες πλευρές τους ίσες μία προς μία, είναι ίσα.

iii. Αν δύο παράλληλες ευθείες τέμνονται από τρίτη ευθεία σχηματίζουν τις εντός και επί τα αυτά μέρη γωνίες ίσες.

iv. Οι οξείες γωνίες ενός ορθογωνίου τριγώνου είναι παραπληρωματικές.

v. Το άθροισμα των γωνιών κυρτού n -γώνου είναι $2n-4$ ορθές.

β) Να αποδείξετε ότι σε κάθε ισοσκελές τρίγωνο οι προσκείμενες στη βάση γωνίες είναι ίσες.

12461.α) Να χαρακτηρίσετε καθεμιά από τις προτάσεις που ακολουθούν ως **Σωστή (Σ)** ή **Λανθασμένη (Λ)**, γράφοντας στην κόλλα σας, δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε καθεμιά από αυτές το γράμμα Σ αν η πρόταση είναι Σωστή, ή το γράμμα Λ αν αυτή είναι Λάθος.

i. Ένα τρίγωνο είναι οξυγώνιο όταν μια γωνία του είναι οξεία.

ii. Δύο οξείες γωνίες που έχουν τις πλευρές τους παράλληλες, μία προς μία, είναι ίσες.

iii. Αν δύο παράλληλες ευθείες τέμνονται από τρίτη, σχηματίζουν τις εντός εναλλάξ γωνίες τους ίσες.

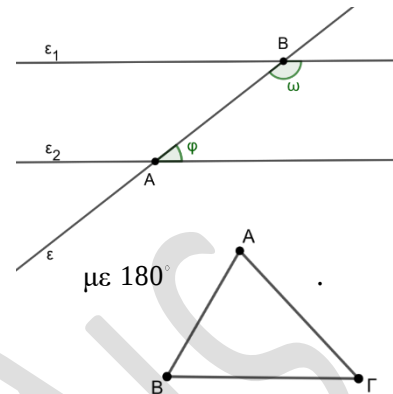
iv. Δύο τρίγωνα που έχουν τις πλευρές τους ίσες μία προς μία είναι ίσα.

v. Το άθροισμα των γωνιών ενός τριγώνου είναι μικρότερο των 180° .

β) Να αποδείξετε ότι η διάμεσος ισοσκελούς τριγώνου, που αντιστοιχεί στη βάση του, είναι διχοτόμος και ύψος.

12646.α) Να χαρακτηρίσετε καθεμιά από τις προτάσεις που ακολουθούν ως **Σωστή (Σ)** ή **Λανθασμένη (Λ)**, γράφοντας στην κόλλα σας, δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε καθεμιά από αυτές το γράμμα Σ αν η πρόταση είναι Σωστή, ή το γράμμα Λ αν αυτή είναι Λάθος.

- i. Αν μια ευθεία είναι κάθετη σε μια από δύο παράλληλες ευθείες, τότε είναι κάθετη και στην άλλη.
- ii. Στο παρακάτω σχήμα οι γωνίες φ και ω είναι εντός εναλλάξ των ε_1 και ε_2 που τέμνονται από την ε .
- iii. Στο ίδιο επίπεδο έχουμε μια ευθεία ε και έναν κύκλο με κέντρο O και ακτίνα ρ . Ονομάζουμε δ την απόσταση του κέντρου του κύκλου από την ευθεία ε . Αν ισχύει $\delta > \rho$, τότε η ε έχει δύο κοινά σημεία με τον κύκλο.
- iv. Από σημείο εκτός ευθείας διέρχεται μοναδική κάθετη στην ευθεία.
- v. Ένα τρίγωνο ονομάζεται αμβλυγώνιο αν έχει μόνο αμβλείες γωνίες.
- β) Να αποδείξετε ότι το άθροισμα των γωνιών κάθε τριγώνου είναι ίσο (Να χρησιμοποιήσετε το παρακάτω σχήμα και να αποδείξετε ότι: $\hat{A} + \hat{B} + \hat{\Gamma} = 180^\circ$).



13435.α) Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **ΣΩΣΤΟ**, αν η πρόταση είναι σωστή ή **ΛΑΘΟΣ**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

- i. Ένα τρίγωνο, ανάλογα με το είδος των γωνιών του, λέγεται σκαληνό, ισοσκελές ή ισόπλευρο.
- ii. Αν δύο τρίγωνα έχουν μια πλευρά και τις προσκείμενες σε αυτή γωνίες ίσες μία προς μία, τότε τα τρίγωνα είναι ίσα.
- iii. Αν ένα τρίγωνο έχει δύο γωνίες ίσες, τότε είναι ισοσκελές.
- iv. Αν δύο ευθείες τεμνόμενες από τρίτη σχηματίζουν δύο εντός εναλλάξ γωνίες ίσες, τότε είναι κάθετες.
- v. Το άθροισμα των γωνιών κάθε τριγώνου είναι 180° ορθές.
- β) Να αποδείξετε ότι η διάκεντρος δύο τεμνόμενων κύκλων είναι μεσοκάθετος της κοινής χορδής τους.

13830.α) Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **ΣΩΣΤΟ**, αν η πρόταση είναι σωστή ή **ΛΑΘΟΣ**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

- i. Ένα τρίγωνο λέγεται ορθογώνιο, όταν έχει όλες τις γωνίες του ορθές.
- ii. Σε κάθε ισοσκελές τρίγωνο οι προσκείμενες στη βάση γωνίες είναι ίσες.
- iii. Αν δύο ορθογώνια τρίγωνα έχουν την υποτείνουσα και μία οξεία γωνία αντίστοιχα ίσες μία προς μία, τότε είναι ίσα.
- iv. Μια ευθεία και ένας κύκλος έχουν το πολύ δύο κοινά σημεία.
- v. Οι οξείες γωνίες ενός ορθογωνίου τριγώνου είναι παραπληρωματικές.
- β) Να αποδείξετε ότι κάθε εξωτερική γωνία τριγώνου είναι ίση με το άθροισμα των δύο απέναντι εσωτερικών γωνιών του τριγώνου.