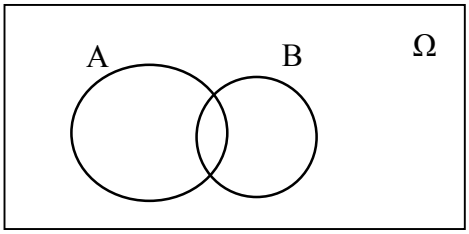
ΩΡΙΑΙΟ ΤΕΣΤ ΣΤΑ ΣΥΝΟΛΑ ΚΑΙ ΣΤΙΣ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ

ΘΕΜΑ 1ο

Α) Τι λέγεται τομή δύο συνόλων
Β) Τι λέγεται συμπλήρωμα ενός υποσυνόλου Α ενός βασικού συνόλου Ω
Γ) Ποιο ενδεχόμενο λέγεται βέβαιο και ποιο λέγεται αδύνατο;

Δ)Να γραμμοσκιάσετε το ενδεχόμενο $A\cap B'$



Μονάδες 40

ΘΕΜΑ 2ο

Ένας κήπος έχει 1200 δέντρα .Από αυτά τα 300 είναι τροπικά ,τα 1000 είναι οπωροφόρα και τα 200 είναι τροπικά και οπωροφόρα. Επιλέγουμε τυχαία ένα δέντρο.
Αν Α: το ενδεχόμενο το δέντρο να είναι τροπικό και
Β: το ενδεχόμενο το δέντρο να είναι οπωροφόρο .
Να βρεθεί η πιθανότητα το δέντρο
α) να είναι τροπικό ή να είναι οπωροφόρο ;
β) να μην είναι οπωροφόρο ούτε τροπικό ;
γ) να είναι οπωροφόρο αλλά να μην είναι τροπικό;
δ) να είναι τροπικό ή να μην είναι οπωροφόρο ;

Μονάδες 40

ΘΕΜΑ 3ο
Ένα ενυδρείο έχει 2400 ψάρια .Από αυτά τα 1800 είναι τροπικά ψάρια ,τα 800 έχουν κόκκινο χρώμα. Επιλέγουμε τυχαία ένα ψάρι.
Αν Α: το ενδεχόμενο το ψάρι να είναι τροπικό και
Β: το ενδεχόμενο το ψάρι να είναι κόκκινο .

i)Να δείξετε ότι $\frac{1}{12} \le p(A\cap B) \le \frac{1}{3}$

ii) Να αποδείξετε ότι $\frac{5}{12} \le p(A-B) \le \frac{3}{4}$

Μονάδες 20

ΛΥΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1ο
ΘΕΩΡΙΑ

ΘΕΜΑ 2ο

$p(\mathrm{A})=\frac{300}{1200}=\frac{1}{4}$, $\mathrm{p(B)}=\frac{1000}{1200}=\frac{5}{6}$, $p(\mathrm{A}\cap \mathrm{B})=\frac{200}{1200}=\frac{1}{6}$

α) $p(\mathrm{A}\cup \mathrm{B})=p(\mathrm{A})+p(B)-p(A\cap B)=\frac{1}{4}+\frac{5}{6}-\frac{1}{6}=\frac{11}{12}$

β) $p\left[(\mathrm{A}\cup \mathrm{B})'\right]=1-p(A\cup B)=1-\frac{11}{12}=\frac{1}{12}$

γ) $p(\mathrm{B}\cap A')=p(B-A)=p(B)-p(A\cap B)=\frac{5}{6}-\frac{1}{6}=\frac{2}{3}$

δ) $p(\mathrm{A}\cup \mathrm{B}')=p(\mathrm{A})+p(B')-p(A\cap B')=p(\mathrm{A})+1-p(B)-p(A-B)=$

$\cancel{p(\mathrm{A})}+1-p(B)-\cancel{p(\mathrm{A})}+p(A\cap B)=1-p(B)+p(A\cap B)=1-\frac{5}{6}+\frac{1}{6}=\frac{1}{3}$

ΘΕΜΑ 3ο

i) $p(\mathrm{A})=\frac{1800}{2400}=\frac{3}{4}$, $p(\mathrm{B})=\frac{800}{2400}=\frac{1}{3}$

ii) $\mathrm{A}\cap \mathrm{B}\subseteq B$.Άρα $p(A\cap B)\le p(\mathrm{B})=\frac{1}{3}$

$\frac{1}{12}\le p(A\cap B)\Leftrightarrow \frac{1}{12}\le p(A)+p(B)-p(A\cup B)(\textit{προσθετικός νόμος})$

$\Leftrightarrow \frac{1}{12}\le \frac{3}{4}+\frac{1}{3}-p(A\cup B)\Leftrightarrow p(A\cup B)\le \frac{3}{4}+\frac{1}{3}-\frac{1}{12}\Leftrightarrow p(A\cup B)\le 1$

ii) $A-B\subseteq A$.Άρα $p(\mathrm{A}-B)\le p(\mathrm{A})=\frac{3}{4}$.

$\frac{5}{12}\le p(\mathrm{A}-B)\Leftrightarrow \frac{5}{12}\le p(\mathrm{A})-p(A\cap B)\Leftrightarrow \frac{5}{12}\le \frac{3}{4}-p(A\cap B)$

$\Leftrightarrow p(A\cap B)\le \frac{3}{4}-\frac{5}{12}\Leftrightarrow p(A\cap B)\le \frac{1}{3}$ ισχύει από i)