ΑΣΚΗΣΕΙΣ
ΣΤΙΣ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΕΣ ΠΡΟΟΟΔΟΥΣ

Ν-οστός όρος

1. Να βρείτε τον 31^{ο} όρο των παρακάτω αριθμητικών προόδων:
   i)1,4,7,… ii)-9,-5,-1,… iii)7,5,3,… iv)-2,-7,-12,…

2. Σε μια αριθμητική πρόοδο (α_v) είναι $\alpha_1=2$ και $\omega=3$.Να βρείτε :
   i) τον 10ο όρο της προόδου
   ii)ποιος όρος της προόδου είναι ίσος με 62.

3. Σε μια αριθμητική πρόοδο (α_v) είναι $\alpha_1=-15$ και $\alpha_7=9$.Να βρείτε :
   i) τη διαφορά ω της προόδου,
   ii)τον 11ο όρο της προόδου
   ii) ποιος όρος της προόδου είναι ίσος με 41.

4. Σε μια αριθμητική πρόοδο (α_v) με διαφορά $\omega=-2$ είναι $\alpha_8=-3$.Να βρείτε :
   i) τον πρώτο όρο της προόδου,
   ii) τον 19ο όρο της προόδου
   iii) ποιος όρος της προόδου είναι ίσος με -40.

5. Σε μια αριθμητική πρόοδο (α_v) είναι $\alpha_5=11$ και $\alpha_9=31$.Να βρείτε :
   i) τον πρώτο όρο και τη διαφορά ω της προόδου,
   ii)τον 14ο όρο της προόδου
   ii) ποιος όρος της προόδου είναι ίσος με 86.

6. Σε μια αριθμητική πρόοδο (α_v) είναι $\alpha_1=-12$,ο ένατος και ο εικοστός όρος έχουν άθροισμα 30.
   Να βρείτε :
   i) τη διαφορά ω της προόδου,
   ii) τον 30ο όρο της προόδου
   ii) ποιος όρος της προόδου είναι ίσος με 0.

7. Σε μια αριθμητική πρόοδο (α_v) με διαφορά $\omega=3$,ο όρος α_{13} είναι διπλάσιος από τον όρο α_6.Να βρείτε :
   i) τον πρώτο όρο της προόδου,
   ii) τον 29ο όρο της προόδου
   iii) ποιος όρος της προόδου είναι ίσος με 63.

8. Σε μια αριθμητική πρόοδο (α_v) ισχύει : $\alpha_7=11$ και $\alpha_{10}+\alpha_{20}=70$.Να βρείτε :
   i) τον πρώτο όρο και τη διαφορά της προόδου,
   ii) τον 41ο όρο της προόδου
   iii) ποιος όρος της προόδου είναι ίσος με 80.

9. Δίνεται αριθμητική πρόοδος (α_v) ισχύει : $\alpha_4=43$ και $\alpha_8=27$.Να βρείτε :
   i) τον πρώτο όρο και τη διαφορά της προόδου,
   ii) πόσους θετικούς όρους έχει η (α_v)

10. Σε μια αριθμητική πρόοδο (α_v) ισχύει : $\alpha_4+\alpha_{12}=0$ και $\alpha_7+\alpha_{19}=-30$.Να βρείτε :
    i) τον πρώτο όρο και τη διαφορά της προόδου,
    ii) τον όρο α_v για τον οποίο ισχύει $\alpha_v=\nu$

Askisopolis

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ:ΠΑΤΣΙΜΑΣ ΔΗΜΗΤΡΗΣ

11. Αν σε μια αριθμητική πρόοδο (α_v) ισχύει : $\alpha_\kappa = \mu$ και $\alpha_\mu = \kappa$,με κ ≠μ ,να αποδείξετε ότι: $\alpha_v = \kappa + \mu - v$
    i) τον πρώτο όρο και τη διαφορά της προόδου,
    ii) τον όρο α_v για τον οποίο ισχύει $\alpha_v = v$
12. Δίνεται αριθμητική πρόοδος (α_v).Για τους θετικούς ακέραιους κ , λ ,μ, να αποδείξετε :
    i) $a_\kappa + \alpha_\mu = \alpha_{\kappa+\lambda} + \alpha_{\mu-\lambda}$, με μ>λ
    ii) $(\lambda-\mu)\alpha_\kappa + (\mu-\kappa)\alpha_\lambda + (\kappa-\lambda)\alpha_\mu = 0$ ισχύει: $\alpha_4 = 43$ και $\alpha_8 = 27$.Να βρείτε:
    i) τον πρώτο όρο και τη διαφορά της προόδου,
    ii) πόσους θετικούς όρους έχει η (α_v)

13. Ο τέταρτος όρος μιας Α.Π. είναι 15 και ο 15ος όρος της είναι 59. Να βρεθεί η πρόοδος.

14. Ο τέταρτος όρος μιας Α.Π. είναι 15 και ο 11ος όρος της είναι 43. Να βρεθεί η πρόοδος.

15. Σε Α.Π. δίνονται α_1=58 ,ω=-3 και $S_v = 578$. Να βρεθούν οι όροι της προόδου και ο ν-οστός όρος.

16. Να βρεθεί ο πρώτος όρος και η διαφορά Α.Π. , αν το άθροισμα του 3ου και του 7ου όρου είναι 40, το δε άθροισμα του 6ου και του 8ου όρου είναι 56.

17. Σε Α.Π. ο 2ος και ο 8ος διαφέρουν κατά 24, ενώ το άθροισμα του 4ου και του 12ου όρου είναι 70. Να βρεθεί η πρόοδος αν α) είναι αύξουσα, β) φθίνουσα. Στη συνέχεια να υπολογιστεί το άθροισμα των όρων που βρίσκονται ανάμεσα στον $8^{\text{ο}}$ και στον $25^{\text{ο}}$ όρο.

18. Σε μια αύξουσα Α.Π. το άθροισμα του 3ου και του 7ου όρου είναι 18 και το άθροισμα των κύβων τους είναι 2322. Να βρεθεί η πρόοδος.

19. Να βρεθεί Α.Π. αν γνωρίζουμε ότι ο πρώτος όρος είναι 2, το πλήθος των όρων ισούται με τον δεύτερο όρο, και ο τελευταίος όρος της είναι διψήφιος με ψηφίο των δεκάδων τη διαφορά της Α.Π. και το ψηφίο των μονάδων της είναι ο πρώτος όρος.

20. α)Να βρεθεί η διαφορά ω της Α.Π. με $\alpha_1 = 2$,α_{20}=20

    β)Να βρεθούν ο 25ος όρος και ο 40ος όρος μιας αριθμητικής προόδου με $\alpha_1 = 8$ και ω=7

    γ)Να βρεθεί ο α_1 όρος μιας αριθμητικής προόδου ,όταν α_{15}=51,ω=4

    δ)Να βρεθεί Α.Π. όταν $\alpha_4 = 15$ και α_{11}=43

21. Να βρεθεί Α.Π. αν α_1 και ω είναι ρίζες της εξίσωσης x^2-5x+6=0.

22. Αν α , β ,γ είναι όροι μιας αριθμητικής προόδου ,τάξεων ν ,ρ και κ αντίστοιχα και α_1 είναι ο πρώτος όρος της προόδου ,να δειχτεί ότι :
$$\frac{\alpha-\alpha_1}{v-1} = \frac{\beta-\alpha_1}{\rho-1} = \frac{\gamma-\alpha_1}{\kappa-1}$$

<u>Αριθμητικός μέσος-Διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου</u>

23. Να βρείτε τον αριθμητικό μέσο των αριθμών:
    i) 3 και 23 ii) -5 και 37 iii)-31 και -3 iv)-12 και 7 v)-11 και 11

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ:ΠΑΤΣΙΜΑΣ ΔΗΜΗΤΡΗΣ

Askisopolis

24. Να βρεθεί για ποια τιμή του x∈R ,ο αριθμός 15 είναι ο αριθμητικός μέσος των αριθμών 2x+1 και 7x+2.

25. Να βρεθεί για ποια τιμή του x∈R ,οι αριθμοί x+5,3x-5,2x+6 είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου.

26. Δίνονται δύο αριθμοί που ο ένας είναι διπλάσιος του άλλου και έχουν αριθμητικό μέσο τον 16.Να βρείτε τους αριθμούς αυτούς.

27. Δίνεται μία αριθμητική πρόοδος (α_v).Να αποδείξετε ότι οι αριθμοί : $\alpha_4+\alpha_5$, $\alpha_7+\alpha_9$, $\alpha_{10}+\alpha_{13}$ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου.

28. Να αποδείξετε ότι για κάθε α ,β∈R ,οι αριθμοί $3\alpha+\beta, 2(\alpha-\beta), \alpha-5\beta$ με τη σειρά που δίνονται είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου.

29. Αν οι αριθμοί α, β ,γ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου ,να αποδείξετε ότι το ίδιο συμβαίνει και για τους αριθμούς $\beta+\gamma, \gamma+\alpha, \alpha+\beta$.

30. Αν οι αριθμοί α, β ,γ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου ,να αποδείξετε ότι το ίδιο συμβαίνει και για τους αριθμούς $(\beta+\gamma)^2-\alpha^2, (\gamma+\alpha)^2-\beta^2, (\alpha+\beta)^2-\gamma^2$.

31. Αν οι αριθμοί α, β ,γ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου ,να αποδείξετε ότι το ίδιο συμβαίνει και για τους αριθμούς $\alpha^2+\alpha\beta+\beta^2, \alpha^2+\alpha\gamma+\gamma^2, \beta^2+\beta\gamma+\gamma^2$.

32. Οι αριθμοί $\frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta}, \frac{1}{\gamma}$ (όπου α,β,γ≠0) είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου .Να αποδείξετε ότι και οι αριθμοί $\alpha\beta, \alpha\gamma, \beta\gamma$ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου.

33. Δίνονται οι θετικοί αριθμοί α , β ,γ ώστε οι αριθμοί $\frac{\alpha+\beta}{\beta+\gamma}, \frac{\alpha}{\beta+\gamma}+\frac{\gamma}{\alpha+\beta}, \frac{\beta+\gamma}{\alpha+\beta}$ να είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου .Να αποδείξετε ότι και οι αριθμοί $\alpha^2, \beta^2, \gamma^2$ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου.

34. Αν οι θετικοί αριθμοί α , β ,γ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου ,να αποδείξετε ότι και οι αριθμοί $\frac{1}{\sqrt{\beta}+\sqrt{\gamma}}, \frac{1}{\sqrt{\gamma}+\sqrt{\alpha}}, \frac{1}{\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta}}$ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου.

35. α)Να βρεθεί ο αριθμός x ,ώστε τα τετράγωνα των αριθμών x+1,x+3 και x+9 να αποτελούν διαδοχικούς όρους Α.Π.
β)Να βρεθεί ο αριθμός κ ώστε οι αριθμοί $\alpha=3\kappa^2-2\kappa+1, \beta=2\kappa^2+5\kappa-4$ και $\gamma=4\kappa^2-3\kappa+9$,να αποτελούν διαδοχικούς όρους Α.Π.

36. Τα ψηφία ενός τετραψήφιου αριθμού είναι διαδοχικοί όροι Α.Π. Αν το τελευταίο ψηφίο είναι τετραπλάσιο του πρώτου ,να βρεθεί ο αριθμός

37. Αν οι αριθμοί α , β ,γ είναι διαδοχικοί όροι Α.Π. να δειχτεί ότι:
α)οι αριθμοί β +γ ,γ +α ,α +β είναι διαδοχικοί όροι Α.Π.
β)οι αριθμοί β +γ-α ,γ +α-β ,α +β-γ είναι διαδοχικοί όροι Α.Π.

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ:ΠΑΤΣΙΜΑΣ ΔΗΜΗΤΡΗΣ

Askisopolis

γ)οι αριθμοί $(\beta+\gamma)^2-\alpha^2,(\gamma+\alpha)^2-\beta^2,(\alpha+\beta)^2-\gamma^2$ είναι διαδοχικοί όροι Α.Π.

38. Αν οι αριθμοί α , β ,γ ,δ είναι διαδοχικοί όροι Α.Π. να δειχτεί ότι:
α) $\alpha\gamma-\beta\delta=\beta^2-\gamma^2$
β) α +δ = β +γ
γ) $\alpha\beta+\beta\delta+\beta\gamma+\gamma^2=(\alpha+\delta)^2$

39. Να βρεθεί για ποιες τιμές των x,y οι αριθμοί $xy-\frac{1}{xy}, y-\frac{1}{y}, \frac{y}{x}-\frac{x}{y}(xy\neq 0)$ είναι διαδοχικοί όροι μιας Α.Π. Ποια είναι η διαφορά ω της προόδου ;

40. Οι ρίζες ρ_1,ρ_2 της εξίσωσης $x^2-\lambda x+\mu=0$ και οι ρίζες x_1,x_2 της εξίσωσης $x^2-(5\lambda-4)x+\mu=0$ κατά την σειρά ρ_1,ρ_2,x_1,x_2 αποτελούν διαδοχικού όρους Α.Π.. Να υπολογιστούν οι λ ,μ.

41. Να αποδείξετε ότι αν οι αριθμοί $\frac{1}{\alpha+\beta}$, $\frac{1}{\beta+\gamma}$, $\frac{1}{\gamma+\alpha}$ είναι διαδοχικοί όροι Α.Π., τότε το ίδιο ισχύει και για τους αριθμούς β^2, α^2, γ^2.

42. Να αποδείξετε ότι αν οι αριθμοί $\alpha^2-\beta\gamma$, $\beta^2-\gamma\alpha$, $\gamma^2-\alpha\beta$ είναι διαδοχικοί όροι Α.Π., τότε το ίδιο ισχύει και για τους αριθμούς α ,β ,γ με $\alpha+\beta+\gamma\neq 0$.

43. Να προσδιοριστεί ο x έτσι ώστε οι αριθμοί $3x-7$, $x+2$, $12-2x$ να είναι διαδοχικοί όροι Α.Π.. Ποιοι είναι οι αριθμοί αυτοί;

44. Να προσδιοριστεί ο x έτσι ώστε οι αριθμοί $3x^2-2x+1$, $2x^2+5x-4$, $4x^2-3x+9$ να είναι διαδοχικοί όροι Α.Π.. Ποιοι είναι οι αριθμοί αυτοί;

<u>Άθροισμα ν πρώτων όρων αριθμητικής προόδου</u>

45. Σε μια αριθμητική πρόοδο (α_v) είναι $\alpha_1=-14$ και ω = 3.Να βρείτε το άθροισμα των πρώτων 20 όρων της προόδου.

46. Να βρείτε το άθροισμα των πρώτων 20 όρων καθεμίας από τις επόμενες αριθμητικές προόδους:
i)3,5,7 ,… ii)-8,-3,2,… iii)2,-1,-4,… iv)-2,-6,-10

47. Υπολογίσετε τα αθροίσματα:
i)$1+4+7+...94$ ii) 3+7+11+…+119 iii)-5-1+3+7+…+135 iv)-6-9-12-…-114

48. Να βρεθεί το άθροισμα $S=6+10+14+\cdots+166$.

49. α)Αν σε μία Α.Π. είναι $\Sigma_{11}=517,v=11$ να βρεθούν οι α_1 και ω
β) Αν σε μία Α.Π. είναι $\alpha_1=58,\omega=-3,\Sigma_v=578$,να βρεθούν οι ν ,α_v
γ)Αν σε μία Α.Π. είναι $\alpha_1=23,\omega=-2$ και $\alpha_v=5$ να βρεθούν οι Σ_v και ν.

50. Να βρεθεί το πλήθος των όρων που εξετάζουμε σε μία Α.Π., όταν :
α)$\alpha_1=5,\omega=4$ και $\Sigma_v=10877$
β)$\Sigma_{v-1}=100$,$\alpha_1=5,\omega=2$

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ:ΠΑΤΣΙΜΑΣ ΔΗΜΗΤΡΗΣ

Askisopolis

51. Να βρεθεί το άθροισμα:
   i) των άρτιων αριθμών μεταξύ 21 και 153,
   ii) των περιττών αριθμών μεταξύ 10 και 170,
   iii) των πολλαπλασίων του 3 μεταξύ 40 και 200,
   iv) των πολλαπλασίων του 5 μεταξύ 31 και 206.

52. Να βρεθεί το άθροισμα:
   i) των πρώτων 50 θετικών πολλαπλασίων του 3,
   ii) των πρώτων 40 θετικών πολλαπλασίων του 5.

53. Σε μια αριθμητική πρόοδο (α_v) ,είναι $\alpha_1=2$ και $\alpha_{15}=58$.Να βρείτε :
   i) το άθροισμα των 15 πρώτων όρων της
   ii) το άθροισμα των 30 πρώτων όρων της
   iii) Πόσοι πρώτοι όροι της αριθμητικής προόδου (α_v) έχουν άθροισμα 800

54. Σε μια αριθμητική πρόοδο (α_v) ,ο 16ος όρος είναι 50 ,ενώ το άθροισμα του $6^{ου}$ και του 11ου όρου είναι 40.Να βρείτε :
   i) το άθροισμα των 16 πρώτων όρων της
   ii) το άθροισμα των 31 πρώτων όρων της
   iii)Πόσοι πρώτοι όροι της αριθμητικής προόδου (α_v) έχουν άθροισμα 80.

55. Σε μια αριθμητική πρόοδο (α_v) με $\alpha_1=2$,το άθροισμα των πρώτων 10 όρων είναι 200..Να βρείτε :
   i) τη διαφορά της προόδου,
   ii) τον 18ο όρο της
   iii)το άθροισμα των 25 πρώτων όρων της .

56. Σε μια αριθμητική πρόοδο (α_v) ,ο 4ος όρος είναι 10 ,ενώ το άθροισμα των πρώτων 12 όρων είναι 210.Να βρείτε :
   i) τον πρώτο όρο και τη διαφορά της προόδου
   ii) ποιος όρος ισούται με 118
   iii) το άθροισμα των 40 πρώτων όρων της .

57. Σε μια αριθμητική πρόοδο (α_v) με $\alpha_1=45$,ισχύει ότι $\alpha_6+\alpha_{11}=0$. Να βρείτε :
   i) τη διαφορά ω της προόδου,
   ii) το άθροισμα των θετικών όρων της (α_v)

58. Σε μια αριθμητική πρόοδο (α_v) με διαφορά ω=4 ,ισχύει ότι $\alpha_{21}=3\alpha_{16}$.Να βρείτε :
   i) τον πρώτο όρο της α_1,
   ii) το άθροισμα των αρνητικών όρων της (α_v)

59. Σε μια αριθμητική πρόοδο (α_v) ,ο 8ος όρος είναι 30 ,ενώ το άθροισμα των πρώτων 5 όρων είναι 50.Να βρείτε :
   i) τον πρώτο όρο και τη διαφορά της προόδου
   ii) το άθροισμα των όρων της (α_v) που είναι μεγαλύτεροι του 40 και μικρότεροι του 80.

60. Σε μια αριθμητική πρόοδο (α_v) ,το άθροισμα του 3ου και του 9ου όρου είναι 24.Να βρείτε :
   i) τον έκτο όρο της προόδου
   ii) το άθροισμα των 11 πρώτων όρων της

61. Σε μια αριθμητική πρόοδο (α_v) ,με διαφορά ω για την οποία ισχύει : $\alpha_5+\alpha_{11}=15\omega$.

Askisopolis

i) Να αποδείξετε ότι $\omega=2\alpha_1$

ii) Να υπολογίσετε τον λόγο $\frac{S_{20}}{S_{10}}$

62. Αν σε μια αριθμητική πρόοδο (α_ν) ,ισχύει $\frac{\alpha_{101}+\alpha_{102}+...+\alpha_{200}}{\alpha_1+\alpha_2+...+\alpha_{100}}=2$ να υπολογίσετε τον λόγο $\frac{S_{300}}{S_{100}}$.

63. Σε μια αριθμητική πρόοδο (α_ν) ,είναι $\alpha_6=8$ και $\alpha_{11}=23$.Να βρείτε :

i) τον πρώτο όρο και τη διαφορά της προόδου

ii) πόσοι πρώτοι όροι της αριθμητικής προόδου (αν) έχουν άθροισμα 14

iii)το άθροισμα $S=a_{15}+a_{16}+...+a_{25}$

iv)το άθροισμα $S_1=a_1+a_3+...+a_{39}$

64. Σε μια αριθμητική πρόοδο (α_ν) ,με διαφορά $\omega=3$,ισχύει : $\alpha_\nu=23$ και $S_\nu=100$.Να βρείτε :

i) τον αριθμό ν και τον πρώτο όρο της προόδου

ii)το άθροισμα $S=a_{12}+a_{13}+...+a_{22}$

iii)το άθροισμα $S_1=a_2+a_4+...+a_{32}$

65. Σε μια αριθμητική πρόοδο (α_ν) ,ο 21ος όρος είναι κατά 30 μεγαλύτερος από τον 11ο όρο ,ενώ το άθροισμα των πρώτων 24 όρων είναι 300.Να βρείτε :

i) τη διαφορά και τον πρώτο όρο της προόδου

ii)το γινόμενο $\Gamma=2^{\alpha_1}\cdot 2^{\alpha_2}\cdot 2^{\alpha_3}\cdot...\cdot 2^{\alpha_{16}}$

66. Να λύσετε την εξίσωση : $2+6+10+...+x=1800$

67. Σε μια αριθμητική πρόοδο (α_ν) ,με 2011 όρους ,ισχύει $S_{2011}=2011$.Να βρείτε :

i) τον μεσαίο όρο της προόδου

ii)το άθροισμα $S=a_1+a_{1001}+a_{1011}+a_{2011}$

68. i)Δίνεται αριθμητική πρόοδος (α_ν) ,και έστω $S_\nu, S_{2\nu}, S_{3\nu}$ τα αθροίσματα των πρώτων ν,2ν,3ν όρων αντίστοιχα .Να αποδείξετε ότι : $S_{3\nu}=3(S_{2\nu}-S_\nu)$

ii) Σε μια αριθμητική πρόοδο (α_ν) ισχύει : $\alpha_{41}+\alpha_{42}+...+\alpha_{80}=2010$.
Να βρείτε το άθροισμα των 120 πρώτων όρων της

69. Αν σε μια αριθμητική πρόοδο ισχύει $S_\kappa=\mu$ και $S_\mu=\kappa$,να αποδείξετε ότι:
$S_{\kappa+\mu}=-(\kappa+\mu)$

70. Δίνεται αριθμητική πρόοδο (α_ν) ,για την οποία ισχύουν :

- $a_{10}+a_{11}+\alpha_{12}+...+a_{24}=750$
- $a_1+a_3+\alpha_5+...+a_{23}=408$

i) Να βρείτε τη διαφορά ω και τον πρώτο όρο α_1 της προόδου

ii) Να υπολογίσετε το άθροισμα $S=a_1+a_4+\alpha_7+...+a_{100}$

71. Σε μια αριθμητική πρόοδο (α_ν) ισχύει : $S_{2\nu}=4S_\nu$ για κάθε $\nu\in N^*$

i) Να αποδείξετε ότι $\omega=2\alpha_1$

ii) Αν επιπλέον ο έβδομος όρος της (αν) είναι 39 ,τότε

α) να βρείτε τη διαφορά ω και τον πρώτο όρο α_1 της προόδου

Askisopolis

β) να βρείτε πόσοι πρώτοι όροι της (α_v) έχουν άθροισμα 300 και στη συνέχει να υπολογίσετε τα αθροίσματα S_{20} και S_{40},

γ) να υπολογίσετε το άθροισμα : $S = a_2 + a_4 + \alpha_6 + ... + a_{24}$

72. Να βρεθεί το άθροισμα όλων των πολλαπλασίων του 3, τα οποία περιέχονται μεταξύ των αριθμών 100 και 500.

73. Να βρεθεί το άθροισμα όλων των περιττών αριθμών από το 1 μέχρι το 2ν+1.

74. Να βρεθεί το άθροισμα των ν πρώτων περιττών αριθμών, συναρτήσει των αριθμών αυτών.

75. Να βρεθεί το άθροισμα όλων των 100 πρώτων ακεραίων, οι οποίοι είναι πολλαπλάσια του 3.

76. Το άθροισμα των 10 πρώτων όρων Α.Π. είναι 110, και το άθροισμα των 10 επόμενων όρων είναι 310. Να βρεθεί η πρόοδος.

77. Το άθροισμα των 10 πρώτων όρων Α.Π είναι τετραπλάσιο του αθροίσματος των 5 πρώτων όρων της, και ο πρώτος όρος της είναι 1. Μα βρεθεί η πρόοδος.

78. Σε Α.Π το άθροισμα των 20 πρώτων όρων της είναι 1030, και η διαφορά του τρίτου από τον δέκατο όρο είναι 35. Να βρεθούν οι 5 πρώτοι όροι της προόδου.

79. Να βρεθεί η διαφορά Α.Π. αν ο πρώτος όρος της είναι *α*, και το άθροισμα των *ν* πρώτων όρων της είναι $\alpha \cdot \nu^2$.

80. Σε Α.Π με 9 όρους, το άθροισμα των όρων περιττής τάξης είναι 70, και το άθροισμα των όρων άρτιας τάξης είναι 56. Να βρεθεί η πρόοδος.

81. α)Να βρεθεί όλων των διψήφιων φυσικών αριθμών
β)Να βρεθεί το άθροισμα των διαδοχικών φυσικών περιττών αριθμών από τον 1 μέχρι και τον 2ν+1
γ)Να δειχτεί ότι το άθροισμα των ν πρώτων περιττών αριθμών είναι ίσο με ν^2.

82. Θεωρούμε τους 20 πρώτους όρους μιας Α.Π. Αν είναι $\alpha_2+\alpha_4+\ldots+\alpha_{20}=250$
και $\alpha_1+\alpha_3+\alpha_{5+}\ldots\alpha_{19}=220$,να βρεθούν οι όροι α_{10} και α_{11}.

83. Αν σε μία Α.Π. είναι $\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3+\alpha_4+\alpha_5=30$ και $\frac{\alpha_2}{\alpha_4}=\frac{11}{13}$,να βρεθεί το Σ_{30}.

84. Να βρεθεί μία αριθμητική πρόοδος ,όταν $\Sigma_v=3\nu^2$,όπου ν είναι οποιοδήποτε πλήθος όρων της προόδου.

85. Σε μία αριθμητική πρόοδο θεωρούμε τους 101 πρώτους όρους .Αν λ είναι ο μεσαίος όρος ,να δειχτεί ότι το άθροισμα των όρων αυτών είναι 101λ.

86. Να βρεθούν τέσσερις διαδοχικοί περιττοί αριθμοί ,όταν το άθροισμα των τετραγώνων τους είναι ίσο με το άθροισμα των τετραγώνων των άρτιων αριθμών ,που περιέχονται μεταξύ των αριθμών αυτών ,συν σαράντα οκτώ.

87. Ο πρώτος όρος μιας αριθμητικής προόδου είναι 2 και ο πέμπτος όρος της είναι 7. Πόσους όρους πρέπει να πάρουμε ώστε το άθροισμα τους να είναι 63.

88. Σε μία Α.Π. ισχύει η συνεπαγωγή $\Sigma_\mu=\Sigma_\nu \Rightarrow \Sigma_{\mu+\nu}=0$

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ:ΠΑΤΣΙΜΑΣ ΔΗΜΗΤΡΗΣ

Askisopolis

89. Σε μία Α.Π. δίνονται ω=2,Σ_v=625 ,ν=πολ.5 και ο όρος που κατέχει την $\frac{2\nu+5}{5}$ είναι 21.Να βρεθεί η πρόοδος.

Ακολουθίες που αποδεικνύουμε ότι είναι αριθμητικές πρόοδοι

90. Ο ν-οστός όρος μιας ακολουθίας είναι α_v=5ν-8 .Να αποδείξετε ότι η ακολουθία αυτή είναι αριθμητική πρόοδος ,της οποίας να βρείτε τον πρώτο όρο και τη διαφορά.

91. Ο ν-οστός όρος μιας ακολουθίας είναι α_v=7-2ν .
i)Να αποδείξετε ότι η ακολουθία αυτή είναι αριθμητική πρόοδος .
ii)Να βρείτε το άθροισμα των πρώτων 26 όρων της (α_v)

92. Ο ν-οστός όρος μιας ακολουθίας είναι α_v=4ν-15 .
i)Να αποδείξετε ότι η ακολουθία αυτή είναι αριθμητική πρόοδος .
ii)Να βρείτε το άθροισμα $S = \alpha_{15} + \alpha_{16} + ... + \alpha_{30}$

93. Ο ν-οστός όρος μιας ακολουθίας είναι α_v=3ν+1 .
i)Να αποδείξετε ότι η ακολουθία αυτή είναι αριθμητική πρόοδος .
ii)Να βρείτε το άθροισμα $S = \alpha_1 + \alpha_3 + \alpha_5 + ... + \alpha_{25}$

94. Το άθροισμα των πρώτων ν όρων μιας ακολουθίας (α_v) είναι $S_\nu = \nu^2 - 4\nu$ για κάθε ν∈N^*.
95. Να αποδείξετε ότι η ακολουθία αυτή είναι αριθμητική πρόοδος της οποίας να βρείτε τον πρώτο όρο α_1 και τη διαφορά ω.
.
96. Να βρεθεί ποια από τις επόμενες ακολουθίες είναι αριθμητικές πρόοδοι :
$i)(a_\nu),\ με\ \alpha_\nu = \nu + 1$
$ii)(\beta_\nu)\ με\ \beta_\nu = \frac{1}{\nu}$
$iii)(\gamma_\nu)\ με\ \gamma_1 = 2, \gamma_{\nu+1} = \gamma_\nu + 4$

97. Το άθροισμα των ν πρώτων όρων μιας ακολουθίας είναι $2\nu^2$+3ν.Να βρεθεί ο ν-οστός όρος της ακολουθίας και να δειχτεί ότι η ακολουθία είναι Α.Π.

Αριθμητική παρεμβολή

98. α)Να παρεμβληθούν 7 αριθμητικοί μέσοι μεταξύ των αριθμών 2 και 18

β)Μεταξύ των αριθμών 2 και 14 παρεμβάλουμε ν άλλους αριθμούς ώστε οι αριθμοί ν μαζί με τους 2 και 14 ,να αποτελούν διαδοχικούς όρους Α.Π. ,με διαφορά ω=2.Να βρεθεί ο ν

99. Ανάμεσα στους αριθμούς 9 και 34 να παρεμβάλλετε άλλους αριθμούς ώστε να προκύψουν 11 διαδοχικοί όροι Α.Π.

100. Μεταξύ των αριθμών 6 και 50 θέλουμε να βρούμε άλλους 10 αριθμούς, ώστε όλοι μαζί να είναι διαδοχικοί όροι μιας αριθμητικής προόδου .Να βρείτε τους αριθμούς αυτούς

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ:ΠΑΤΣΙΜΑΣ ΔΗΜΗΤΡΗΣ

Askisopolis

101. Μεταξύ των αριθμών 5 και 49 παρεμβάλλονται ορισμένοι αριθμοί ,ώστε όλοι μαζί να είναι διαδοχικοί όροι μιας αριθμητικής προόδου .Επιπλέον ο τελευταίος αριθμός που παρεμβάλλεται είναι πενταπλάσιος από τον πρώτο αριθμό που παρεμβάλλεται .Να βρείτε τους αριθμούς αυτούς .

102. Μεταξύ των αριθμών 12 και 60 παρεμβάλλουμε ορισμένους αριθμούς με άθροισμα 252,ώστε όλοι μαζί να είναι διαδοχικοί όροι μιας αριθμητικής προόδου .Επιπλέον ο τελευταίος αριθμός που παρεμβάλλεται είναι πενταπλάσιος από τον πρώτο αριθμό που παρεμβάλλεται .Να βρείτε τους αριθμούς αυτούς .

103. Δίνονται δύο αριθμοί λ και μ με άθροισμα 50.Μεταξύ των αριθμών λ και μ παρεμβάλλουμε 18 αριθμούς ,ώστε όλοι μαζί να είναι διαδοχικοί όροι μιας αριθμητικής προόδου .Να βρείτε το άθροισμα των αριθμών που παρεμβάλλονται.

104. Δίνονται οι αριθμοί 2,23 και 35.Μεταξύ των αριθμών 2 και 23 παρεμβάλλονται διπλάσιοι όροι από αυτούς που παρεμβάλλονται μεταξύ του 23 και του 35,ώστε όλοι μαζί να είναι διαδοχικοί όροι μιας αριθμητικής προόδου .Να βρείτε όλους τους παραπάνω αριθμούς.

105. Να βρεθεί πόσους αριθμητικούς ενδιάμεσους πρέπει να παρεμβάλλουμε μεταξύ των αριθμών 1 και 19, ώστε ο δεύτερος ενδιάμεσος να έχει προς τον τελευταίο ενδιάμεσο λόγο ίσο με $\frac{1}{6}$.

106. Μεταξύ δύο αριθμών, οι οποίοι έχουν άθροισμα $\frac{36}{5}$, παρεμβάλλονται αριθμητικοί μέσοι που το άθροισμά τους είναι 18. Να βρεθεί το πλήθος των αριθμητικών μέσων που παρεμβάλλονται.

107. Να βρεθεί πόσους αριθμητικούς ενδιάμεσους πρέπει να παρεμβάλλουμε μεταξύ των αριθμών -6 και 48, ώστε $x_7 = 2 \cdot x_4$.

108. Να βρεθεί το άθροισμα των μ αριθμητικών μέσων που παρεμβάλλονται ανάμεσα στους αριθμούς 1 και μ^2.

<u>Προσδιορισμός διαδοχικών όρων αριθμητικής προόδου με γνωστό άθροισμα</u>

109. Δίνονται πέντε διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου που έχουν άθροισμα 55,ενώ το άθροισμα των τετραγώνων τους είναι 695.Να βρείτε τους αριθμούς αυτούς.

110. Να βρεθούν τέσσερις διαδοχικούς ακέραιους όρους αριθμητικής προόδου ,που έχουν άθροισμα 20,ενώ το άθροισμα των αντιστρόφων τους είναι $\frac{25}{24}$.

111. Τέσσερις διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου έχουν άθροισμα 44,ενώ το άθροισμα των τετραγώνων τους είναι 664.
   i) Να βρείτε τους αριθμούς αυτούς
   ii) Ανάμεσα στον μικρότερο και τον μεγαλύτερο από αυτούς που βρήκατε ,να παρεμβάλλεται πέντε αριθμούς ,ώστε όλοι μαζί να αποτελούν διαδοχικούς όρους αριθμητικής προόδου.

112. Τρείς ακέραιοι αριθμοί ,που είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου ,έχουν άθροισμα 33 και γινόμενο 440.
   i) Να βρείτε τους αριθμούς αυτούς
   ii) Ο μεγαλύτερος από τους παραπάνω αριθμούς είναι ο 10ος όρος και ο μικρότερος είναι ο $4^{ος}$ όρος

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ:ΠΑΤΣΙΜΑΣ ΔΗΜΗΤΡΗΣ

Askisopolis

μιας αριθμητικής προόδου (α_v).Να βρείτε:
α)τον πρώτο όρο και τη διαφορά της (α_v)
β)πόσοι πρώτοι όροι της (α_v) έχουν άθροισμα 14
γ) το άθροισμα $S = a_{13} + a_{14} + ... + a_{27}$.

113. Να βρεθούν οι α_1 και ω Α.Π. όταν :
α)$\alpha_3 + \alpha_7 = 40$ και $\alpha_6 + \alpha_8 = 56$
β)$\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3+\alpha_4+\alpha_5=40$ και $\alpha_1^2 + \alpha_2^2 + \alpha_3^2 + \alpha_4^2 + \alpha_5^2 = 410$
γ)$\alpha_8 + \alpha_5 = 21$ και $\alpha_8^3 + \alpha_5^3 = 2457$

114. Να βρεθούν οι α_1 και ω Α.Π. όταν :
α)$\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3=21$ και $\alpha_1\alpha_2\alpha_3=315$
β)Θεωρούμε τους 12 πρώτους όρους με άθροισμα των τεσσάρων μεσαίων 74 και γινόμενο άκρων όρων 70
γ)$\Sigma_{20}=1030$ και $\alpha_{10}-\alpha_3=35$
δ)$\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3=45$ και $\alpha_1^2 + \alpha_2^2 + \alpha_3^2 = 725$

115. Να βρεθούν τέσσερις αριθμοί που σχηματίζουν Α.Π. αν το γινόμενο των άκρων όρων είναι 45 και το γινόμενο των μέσων όρων είναι 77.

116. Να βρεθούν τρείς αριθμοί που σχηματίζουν Α.Π. αν το άθροισμά τους είναι 45 και το άθροισμα των τετραγώνων τους είναι 725.

117. Σε Α.Π. το άθροισμα των έξι πρώτων όρων είναι 48 και το άθροισμα των έξι επόμενων είναι 120. Να βρεθεί η πρόοδος.

118. Σε μια Α.Π. είναι $S_{20} = 1030$ και η διαφορά του τρίτου από το δέκατο όρο είναι 35. Να βρεθεί η πρόοδος.

119. Να βρεθούν τέσσερις αριθμοί που σχηματίζουν Α.Π. αν το γινόμενο των άκρων όρων είναι 45 και το γινόμενο των μέσων όρων είναι 77.

120. Να βρεθούν τρεις αριθμοί που σχηματίζουν Α.Π. αν το άθροισμά τους είναι 45 και το άθροισμα των τετραγώνων τους είναι 725.

121. Σε Α.Π. το άθροισμα των έξι πρώτων όρων είναι 48 και το άθροισμα των έξι επόμενων είναι 120. Να βρεθεί η πρόοδος.

122. Σε Α.Π με 12 όρους, το άθροισμα των τεσσάρων μεσαίων όρων είναι 74, και το γινόμενο των άκρων είναι 70. Να βρεθεί η πρόοδος.

123. Σε Α.Π. με περιττό αριθμό όρων, το άθροισμα των όρων περιττής τάξης είναι 52, και το άθροισμα των όρων άρτιας τάξης είναι 39. Να βρεθεί η πρόοδος.

124. Να βρεθούν τρεις αριθμοί που να είναι διαδοχικοί όροι Α.Π., αν το άθροισμά τους είναι 21 και το γινόμενό τους είναι 315.

125. Να βρεθούν τρεις αριθμοί που να είναι διαδοχικοί όροι Α.Π., αν το άθροισμά τους είναι 45 και το άθροισμα των τετραγώνων τους είναι 725.

Askisopolis

126. Να βρεθούν πέντε αριθμοί που να είναι διαδοχικοί όροι Α.Π., αν το άθροισμά τους είναι 50 και το. άθροισμα των τετραγώνων τους είναι 590.

127. Να βρεθούν πέντε αριθμοί που να είναι διαδοχικοί όροι Α.Π., αν το άθροισμά τους είναι 30 και το. άθροισμα των κύβων τους είναι 1800.

128. Να βρεθούν τέσσερις αριθμοί που να είναι διαδοχικοί όροι Α.Π., αν το άθροισμά τους είναι 28 και το. άθροισμα των τετραγώνων τους είναι 276.

129. Να βρεθούν τέσσερις αριθμοί που να είναι διαδοχικοί όροι Α.Π., αν το γινόμενο των άκρων όρων τους είναι 45 και το γινόμενο των μέσων όρων τους είναι 77.

130. Να βρεθούν τέσσερις αριθμοί που να είναι διαδοχικοί όροι Α.Π., αν το άθροισμά τους είναι 20 και το. άθροισμα των αντιστρόφων τους είναι $\frac{25}{24}$.

131. Τα ψηφία ενός τετραψήφιου αριθμού είναι διαδοχικοί όροι Α.Π.. Αν το τελευταίο ψηφίο είναι τετραπλάσιο του πρώτου, να βρεθεί ο αριθμός.

132. Τα ψηφία ενός τριψήφιου θετικού αριθμού είναι διαδοχικοί όροι Α.Π.. Αν το άθροισμα τους ισούται με το γινόμενό τους, να βρεθεί ο αριθμός.

133. Οι άκροι όροι μιας Α.Π. είναι 5 και 20. Να βρεθούν δύο όροι που απέχουν εξίσου από τους άκρους, αν γνωρίζουμε ότι το γινόμενό τους είναι 36.

134. Τρεις αριθμοί *α, β, γ* είναι ανάλογοι προς τους αριθμούς 2, 5, 7. Αν από τον *β* αφαιρέσουμε το 7 γίνονται διαδοχικοί όροι Α.Π. Να βρεθούν οι αριθμοί αυτοί.

<u>Προβλήματα</u>

135. Ένα θέατρο έχει δύο σειρές καθισμάτων .Η πρώτη σειρά έχει 10 καθίσματα και κάθε επόμενη έχει 3 καθίσματα περισσότερα από την προηγούμενη της.
i) Πόσα καθίσματα έχει η τελευταία σειρά;
ii) Πόσα καθίσματα έχει όλο το θέατρο;
iii) Σε μια παράσταση, τα εισιτήρια της 7ης σειράς διανεμήθηκαν δωρεάν και όλα τα υπόλοιπα πουλήθηκαν προς 30€ το ένα. Πόσα χρήματα εισέπραξε το θέατρο από την παράσταση αυτή;

136. Διαθέτουμε 9999 όμοια αντικείμενα τα οποία θέλουμε να συσκευάσουμε σε δέματα έτσι ,ώστε το πρώτο δέμα να περιέχει 3 αντικείμενα ,το δεύτερο δέμα να περιέχει 5 αντικείμενα ,το τρίτο δέμα να περιέχει 7 αντικείμενα και γενικά κάθε δέμα να περιέχει δύο αντικείμενα περισσότερα από το προηγούμενο του.
i) Να βρείτε πόσα δέματα θα δημιουργηθούν
ii) Αν η συσκευασία του πρώτου δέματος κοστίζει 100 λεπτά, του δεύτερου δέματος κοστίζει 120 λεπτά, του τρίτου δέματος κοστίζει 140 λεπτά και γενικά ,αν η συσκευασία κάθε δέματος κοστίζει 20 λεπτά περισσότερο από το κόστος συσκευασίας του προηγούμενου δέματος ,να βρείτε πόσο θα κοστίσει η συσκευασία του δέματος που περιέχει τα περισσότερα αντικείμενα.

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ:ΠΑΤΣΙΜΑΣ ΔΗΜΗΤΡΗΣ

Askisopolis

137. Δύο ταχυδρόμοι αναχώρησαν συγχρόνως από δύο πόλεις Α και Β ,που απέχουν 385 km και κινούνται πεζοί για να συναντηθούν .Αυτός που αναχώρησε από την πόλη Α την πρώτη μέρα διάνυσε 5 km ,τη δεύτερη 8km την τρίτη 11km κ.ο.κ.
Αυτός που αναχώρησε από την πόλη Β διάνυσε την πρώτη μέρα 25km,την δεύτερη 23 km την τρίτη 21km κ.ο.κ. Μετά από πόσες μέρες θα συναντηθούν και σε ποια απόσταση από την πόλη Α;

138. Τα μήκη των πλευρών ενός ορθογωνίου τριγώνου είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου.
i) Να βρείτε το λόγο της μικρότερης κάθετης προς τη μεγαλύτερη κάθετη πλευρά
ii) Αν η υποτείνουσα είναι κατά 10 μεγαλύτερη από τη μικρότερη πλευρά, να βρείτε τα μήκη των τριών πλευρών του τριγώνου

139. Σε μια κατασκήνωση υπάρχουν 200 παιδιά ,τα οποία χωρίστηκαν σε ομάδες ως εξής :Η πρώτη ομάδα έχει δύο παιδιά και κάθε άλλη ομάδα έχει 4 παιδιά περισσότερα από την προηγούμενη. Να βρείτε :
i) πόσες ομάδες δημιουργήθηκαν;
ii) πόσα παιδιά έχει η τελευταία ομάδα;
iii) ποια ομάδα έχει 22 παιδιά
iv) πόσα παιδιά υπάρχουν στις 7 πρώτες ομάδες;

140. Σε μια έκθεση ζωγραφικής υπάρχουν 15 πίνακες τοποθετημένοι στη σειρά ως εξής :
Ο πρώτος πίνακας αξίζει 10000€ και κάθε άλλος πίνακας είναι κατά ω € ακριβότερος από τον προηγούμενο του. Αν ο 10ος πίνακας έχει διπλάσια αξία από τον 3ο πίνακα ,να βρείτε :
i) τον αριθμό ω
ii) την αξία του ακριβότερου πίνακα
iii) την αξία του μεσαίου πίνακα,
iv) ποιος πίνακας κοστίζει 30000€
v)Πόσο αξίζουν όλοι οι πίνακες της έκθεσης;

141. Μια ομάδα ακροβατών θέλησε να γραφτεί στο βιβλίο Γκίνες ,κάνοντας ρεκόρ στον σχηματισμό της υψηλότερης ανθρώπινης πυραμίδας .Μπήκαν λοιπόν σε σειρές ως εξής :Στην κορυφή ένα άτομο ,στην επόμενη σειρά δύο, στην αμέσως πιο κάτω σειρά τρείς κ.λπ. Έτσι κατάφεραν 45 ακροβάτες να κάνουν το ρεκόρ.
i) να βρείτε πόσες σειρές είχε η πυραμίδα που σχημάτισαν.
ii) Να βρείτε πόσους ακροβάτες είχε η σειρά που βρισκόταν στη βάση της πυραμίδας.
iii) Έναν μήνα αργότερα μια άλλη ομάδα ακροβατών ξαναέσπασε το ρεκόρ σχηματίζοντας με όμοιο τρόπο μια πυραμίδα υψηλότερη κατά 3 σειρές .Πόσοι ήταν συνολικά οι ακροβάτες αυτοί;

142. Ένα αμφιθέατρο έχει 16 σειρές καθισμάτων. Στην πρώτη σειρά υπάρχουν ορισμένα καθίσματα και σε κάθε άλλη υπάρχουν 4 καθίσματα περισσότερα από την προηγούμενη .Η 9η σειρά έχει τόσα καθίσματα περισσότερα από την 4η σειρά ,όσα είναι τα καθίσματα της 1ης σειράς.
i) Να βρείτε πόσα καθίσματα έχει η πρώτη σειρά και πόσα η τελευταία.
ii) Να βρείτε πόσα καθίσματα υπάρχουν συνολικά στο αμφιθέατρο
iii) Αν στην πρώτη σειρά κάθονται 3 άτομα και σε κάθε άλλη σειρά κάθονται 5 άτομα περισσότερα από όσα κάθονται στην προηγούμενη, να βρείτε :
α)πόσα άτομα κάθονται στην τελευταία σειρά,
β)πόσα καθίσματα είναι άδεια στην $8^{η}$ σειρά
γ) πόσα καθίσματα είναι άδεια σε ολόκληρο το αμφιθέατρο.

143. Σε μια εταιρεία Α ένας υπάλληλος τον πρώτο χρόνο που προσλαμβάνεται θα έχει ετήσιο μισθό 14000€. ,ο οποίος θα αυξάνεται κατά 250€ κάθε χρόνο .Σε μια εταιρεία Β ένας υπάλληλος τον πρώτο χρόνο που προσλαμβάνεται θα έχει ετήσιο μισθό 12000€,ο οποίος θα αυξάνεται κατά 500€ κάθε χρόνο.

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ:ΠΑΤΣΙΜΑΣ ΔΗΜΗΤΡΗΣ

Askisopolis

Να βρείτε :

i) τον ετήσιο μισθό ενός υπαλλήλου της εταιρείας Α τον $13^{ο}$ χρόνο υπηρεσίας του,

ii) τα συνολικά χρήματα που έχει πάρει ένας υπάλληλος της εταιρείας Β στα 8 πρώτα χρόνια της υπηρεσίας του,

iii) σε πόσα χρόνια ένας υπάλληλος της εταιρείας Α θα έχει ετήσιο μισθό 20000€

iv) σε πόσα χρόνια ένας υπάλληλος της εταιρείας Α και ένας υπάλληλος της εταιρείας Β που προσλήφθηκαν ταυτόχρονα ,θα έχουν τον ίδιο ετήσιο μισθό.

144. Η τιμή αγοράς ενός ηλεκτρονικού υπολογιστή είναι μεγαλύτερη από 620€ και μικρότερη από 640€. Κατά την αγορά συμφωνήθηκαν τα εξής:

- Να δοθεί προκαταβολή 120€ .
- Η εξόφληση του υπόλοιπου ποσού να γίνει σε δέκα μηνιαίες δόσεις
- Κάθε δόση να είναι μεγαλύτερη από την προηγούμενη κατά ω € όπου ω θετικός ακέραιος
- Η τέταρτη δόση είναι 48 € .

α)Να εκφράσετε το ποσό της πρώτης δόσης ως συνάρτηση του ω

β)Να εκφράσετε την τιμή αγοράς σαν συνάρτηση του ω

γ)Να βρείτε την τιμή του ω

δ)Να βρείτε το ποσό της τελευταίας δόσης.

ε)Να βρείτε την τιμή αγοράς του ηλεκτρονικού υπολογιστή.

145. Αν οι πλευρές α ,β ,γ ενός τριγώνου και η ημιπερίμετρος τ είναι διαδοχικοί όροι μιας Α.Π.,να δειχτεί ότι το τρίγωνο είναι ορθογώνιο στο Γ (η σειρά είναι τ,γ,β,α).

146. Ένα ταχυδρομικό γραφείο μιας γειτονιάς διανέμει καθημερινά για 42 μέρες 4 επιστολές παραπάνω από την προηγούμενη .Τις πρώτες 24 μέρες διανέμει συνολικά όσες τις υπόλοιπες 18 μέρες .Πόσες επιστολές διανέμει συνολικά τις 42 μέρες;

147. Ο πωλητής μιας εταιρείας συμφώνησε με τον ιδιοκτήτη της τα εξής .Για πωλήσεις αξίας ενός εκατομμυρίου € η προμήθεια του θα είναι 60000 € .Για πωλήσεις αξίας δύο εκατομμυρίων€ η προμήθεια του θα είναι 90000€.,για πωλήσεις αξίας τριών εκατομμυρίων η προμήθεια του θα είναι 120000€ κ.ο.κ.

i) Να βρεθεί η προμήθεια του πωλητή για πωλήσεις 12000000€.

ii) Αν η προμήθεια του πωλητή είναι 250000 € τότε να βρεθεί η αξία σε εκατομμύρια € των πωλήσεων που έκανε ο πωλητής .

148. Ένας κηπουρός πρέπει να ποτίσει μία σειρά από 100 λεύκες .Κάθε λεύκα απέχει από την προηγούμενη 5m.Η βρύση απέχει από την 1η λεύκα 10m.Ονομάζουμε d_v την απόσταση πήγαινε – έλα ανάμεσα στην βρύση και τη νιοστή λεύκα

α)Υπολογίστε τις αποστάσεις d_1,d_2,d_3

β)Εκφράστε το d_{v+1} συναρτήσει του d_v

γ) Να δείξετε ότι η ακολουθία (d_v) είναι Α.Π.

δ)Βρείτε τον πρώτο όρο d_1και τη διαφορά ω της προόδου

ε) Πόσα μέτρα θα διανύσει ο κηπουρός ποτίζοντας όλες τις λεύκες;

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ:ΠΑΤΣΙΜΑΣ ΔΗΜΗΤΡΗΣ

Askisopolis

149. Πάνω σε μία σκακιέρα με 64 τετραγωνίδια ,βάζουμε 1 κόκκο ρυζιού πάνω στο πρώτο τετραγωνίδιο ,έπειτα 4 στο 2ο,7 στο 3ο,10 στο 4ο κ.λπ. .Πόσους κόκκους ρυζιού θα τοποθετήσουμε πάνω στη σκακιέρα;

150. Ένας υπάλληλος προτείνει δύο τρόπους αμοιβής στον εργοδότη του η 275000δρχ. κάθε μήνα και μία αύξηση 3850 δρχ. το μήνα η 360000 δρχ. κάθε μήνα και μία αύξηση 25000 δρχ. το μήνα
α)Ποιο τρόπο θα διαλέξει αν θέλει να κρατήσει τον υπάλληλο για ένα χρόνο;
β) Ποιο τρόπο θα διαλέξει αν θέλει να κρατήσει τον υπάλληλο για :
i) για 5 χρόνια
ii) για περισσότερα από 5 χρόνια

151. Συναντώντας κάποιος ένα ζητιάνο του δίνει ένα νόμισμα ,έπειτα συναντά ένα δεύτερο ζητιάνο και του δίνει δύο νομίσματα .Συναντά κι ’άλλους ζητιάνους και τους δίνει ένα νόμισμα παραπάνω από τον προηγούμενο κάθε φορά μέχρι που του τελειώνουν τα νομίσματα .Σκέφτεται τότε και λέει “ Αν είχα δώσει τόσα νομίσματα στον καθένα θα ήταν πιο δίκαιο και ο κάθε ζητιάνος θα είχε 8 νομίσματα” .Πόσους ζητιάνους συνάντησε;

152. Ένας αγρότης υπολόγισε ότι το καλαμπόκι που είχε αρκούσε να θρέψει τις 75 κότες για μια ορισμένη περίοδο. Δυστυχώς μια αλεπού του έτρωγε μία κότα κάθε νύχτα και έτσι το καλαμπόκι του θα αρκούσε για μια περίοδο κατά 50% μεγαλύτερη απ’ ότι είχε υπολογίσει .Αν η αλεπού δεν είχε φάει τις κότες πόσες μέρες θα είχε διαρκέσει η τροφή;

153. Σ ’έναν ουρανοξύστη 17 ορόφων ,τα γραφεία του ίδιου ορόφου έχουν το ίδιο ενοίκιο .Κάθε γραφείο του πρώτου ορόφου ενοικιάζεται 550€ το μήνα. Κάθε γραφείο ενός ορόφου ενοικιάζεται 35€ το μήνα ακριβότερα από ένα γραφείο του προηγούμενου ορόφου.
i) Ποιο είναι το μηνιαίο ενοίκιο ενός γραφείου του πέμπτου ορόφου;
ii) Πόσο ακριβότερο είναι ένα γραφείο του 15ου ορόφου από ένα του 7ου ορόφου;
iii) Σε ποιους ορόφους το ενοίκιο ξεπερνά τις 1000€ το μήνα;
iv) Αν το πλήθος των γραφείων ενός ορόφου είναι μικρότερο κατά 2 από το πλήθος των γραφείων του αμέσως προηγούμενου ορόφου και ο 17ος όροφος έχει 12 γραφεία ,να βρείτε :
α)πόσα γραφεία έχει ο πρώτος όροφος .
β) πόσα γραφεία έχει συνολικά ο ουρανοξύστης.
γ) πόσο θα κοστίσει τον μήνα σε έναν επιχειρηματία να νοικιάσει όλα τα γραφεία που βρίσκονται στον μεσαίο όροφο του ουρανοξύστη.

154. Ένα κολιέ αξίας 71600€ αποτελείται από 33 διαμάντια .Το μεσαίο διαμάντι είναι και το ακριβότερο .Τα υπόλοιπα διαμάντια είναι τοποθετημένα κατά σειρά αξίας ,ώστε κάθε διαμάντι ,μέχρι το μεσαίο ,να αξίζει 100€ λιγότερο από το επόμενο του και στη συνέχεια ,από το μεσαίο και πέρα ,κάθε διαμάντι αξίζει 150€ λιγότερο από το προηγούμενο του.
i) Να βρείτε πόσα € ακριβότερο είναι το μεσαίο διαμάντι από:
α) το πρώτο διαμάντι
β)από το τελευταίο διαμάντι
ii) Να βρείτε την αξία του μεσαίου διαμαντιού.

155. Κατά τη διάρκεια έργων συντήρησης της εθνικής οδού ,είχαν τοποθετηθεί κατά μήκος του δρόμου φωτεινοί σηματοδότες ανά 10m .Μόλις τελείωσαν τα έργα ,ένας εργάτης που βρισκόταν στον πρώτο σηματοδότη πήρε εντολή να μεταφέρει όλους τους σηματοδότες δίπλα στον τελευταίο .Ο εργάτης μπορούσε να μεταφέρει μόνο έναν σηματοδότη κάθε φορά και όταν τελείωσε τη μεταφορά είχε διανύσει συνολικά 1,44km.
i) Πόσες φορές έκανε ο εργάτης τη διαδρομή ανάμεσα:

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ:ΠΑΤΣΙΜΑΣ ΔΗΜΗΤΡΗΣ

α) στον πρώτο και στον τελευταίο σηματοδότη;
β)στον δεύτερο και στον τελευταίο σηματοδότη
ii) Να βρείτε πόσοι ήταν όλοι οι σηματοδότες.

156. Διαθέτουμε 9999 όμοια αντικείμενα ,τα οποία θέλουμε να συσκευάσουμε σε δέματα έτσι ώστε το πρώτο δέμα να περιέχει 3 αντικείμενα ,το δεύτερο δέμα να περιέχει 5 αντικείμενα ,το τρίτο δέμα να περιέχει 7 αντικείμενα και γενικά κάθε δέμα να περιέχει δύο αντικείμενα από το προηγούμενο του
i) Να βρεθεί πόσα δέματα θα δημιουργηθούν.
ii) Αν η συσκευασία του πρώτου δέματος κοστίζει 10€, του δεύτερου 12€, του τρίτου 14€, και γενικά αν η συσκευασία κάθε δέματος κοστίζει 2€ δραχμές περισσότερο από το κόστος της συσκευασίας του προηγούμενου ,να βρεθεί πόσο θα κοστίσει η συσκευασία του δέματος που περιέχει τα περισσότερα αντικείμενα.

157. Στους δίσκους Α και Β μιας ζυγαριάς υπάρχουν βάρη 40 και 20 γραμμαρίων αντίστοιχα .Στον δίσκο Α τοποθετούμε διαδοχικά βάρη των 20 γραμμαρίων το καθένα .Στον δίσκο Β τοποθετούμε τριπλάσιο βάρος του αρχικού και συνεχίζουμε προσθέτοντας βάρη ,καθένα από τα οποία είναι τριπλάσιο του βάρους που είχε τοποθετηθεί στην αμέσως προηγούμενη φορά.
i) Αν το συνολικό βάρος στον δίσκο Β είναι 2420 γραμμάρια, να βρεθεί πόσες φορές χρειάστηκε να τοποθετήσουμε βάρη στον δίσκο αυτό.
ii) Πόσα βάρη των 20 γραμμαρίων πρέπει να τοποθετήσουμε στον δίσκο Α, ώστε να ισορροπήσει η ζυγαριά;

158. Σε μια αριθμητική πρόοδο (α_ν) το άθροισμα των 10 πρώτων όρων της είναι 40,ενώ το άθροισμα των 15 πρώτων όρων της είναι 135.Να βρείτε :
i) τον πρώτο όρο και τη διαφορά ω της προόδου
ii) την τιμή της παράστασης: $A = \sqrt[20]{\alpha_{17}^3 \cdot \sqrt{\alpha_8^4} \cdot \sqrt[6]{\alpha_5^2}} \cdot \sqrt[6]{\alpha_2^2}$
iii) το άθροισμα: $S = a_{10} + a_{11} + ... + a_{27}$

159. Δίνεται η ακολουθία με γενικό όρο : $\alpha_\nu = -11 + 2\nu$.
i) Να αποδείξετε ότι η ακολουθία (αν) είναι αριθμητική πρόοδος και έχει πρώτο όρο $\alpha_1 = -9$ και διαφορά ω=2
ii) Να βρείτε το άθροισμα: $S = a_{12} + a_{13} + ... + a_{21}$,όπου $a_{12}, a_{13}, ..., a_{21}$ είναι διαδοχικοί όροι της προόδου (α_ν).
iii) Να αποδείξετε ότι οι ρίζες της εξίσωσης: $|x^2 - 2x - 1| = 2$ είναι διαδοχικοί όροι της προηγούμενης προόδου (α_ν).

160. Δίνεται αριθμητική πρόοδος (α_ν) με ακέραιους όρους και διαφορά ω=1.Για τους πρώτους ν όρους της προόδου ισχύει $S_\nu = \nu^2$ και $\alpha_1 \cdot \alpha_\nu = 21$.Να βρείτε :
i) τον αριθμό ν και τον πρώτο όρο της προόδου
ii) τον όρο α_κ για τον οποίο ισχύει ; $2\alpha_\kappa^2 = \alpha_{\kappa+2}^2 + \kappa^4 - 7\kappa^2 - 17$

161. Δίνεται αριθμητική πρόοδος (α_ν) της οποίας ο 13ος όρος είναι -32 και το άθροισμα των πρώτων 8 όρων της είναι 84.
i) Να βρείτε τον πρώτο όρο και τη διαφορά της αριθμητικής προόδου (α_ν)
ii) Να λύσετε την εξίσωση $x^4 + a_7 x^2 = a_5$

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ:ΠΑΤΣΙΜΑΣ ΔΗΜΗΤΡΗΣ
Askisopolis

iii) Να λύσετε την ανίσωση : $\frac{x^3+a_{12}}{x^2-5x-S_{12}} \geq 0$

162. Δίνεται αριθμητική πρόοδος (α_v) με $\alpha_1 = -\frac{1}{2}$ για την οποία ισχύουν $\alpha_9 \cdot \alpha_{13} = \frac{1}{2}$,α_6=P(A-B), α_8=P(A) και α_{11}=P(A∪B),όπου Α και Β ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω.

i) Να αποδείξετε ότι $\omega = \frac{1}{2}$

ii) Να βρείτε ποιος όρος της (α_v) ισούται με P(∅)

iii) Να βρείτε το άθροισμα των πρώτων 16 όρων της (αν)

iv) Να βρείτε την πιθανότητα:

α) να πραγματοποιηθούν συγχρόνως τα Α και Β

β) να πραγματοποιηθεί το Β

γ) να πραγματοποιηθεί ακριβώς ένα από τα Α και Β.

Askisopolis