

**Επαναληπτικά Διαγωνίσματα  
στην Άλγεβρα της Β' Λυκείου  
από το Askisopolis  
2023 - 2024**



**Αντώνης Βαλέργας  
Στέλιος Μιχαήλογλου  
Θανάσης Νικολόπουλος  
Βαγγέλης Ραμαντάνης  
Βαγγέλης Τόλης  
Ισαάκ Χιονίδης**

**Αποστόλης Κακαβάς  
Άγγελος Μπλιάς  
Δημήτρης Πατσιμάς  
Νίκος Σαμπάνης  
Νίκος Τούντας**



**Ασκησόπολις**  
ο πιο πλούσιος κόσμος  
θεμάτων και ασκήσεων

## Άλγεβρα Β΄ Λυκείου

### Διαγώνισμα στη Τριγωνομετρία

18-11-2023

**Θέμα Α**

A1. Να αποδείξετε ότι  $\varepsilon\varphi\omega = \frac{\eta\mu\omega}{\sigma\upsilon\nu\omega}$  για κάθε  $\omega \neq \kappa\pi + \frac{\pi}{2}, \kappa \in \mathbb{Z}$ .

Μονάδες 4

A2. Να βρείτε την ελάχιστη θετική περίοδο της συνάρτησης  $f(x) = |\eta\mu x|$ .

Μονάδες 3

A3. Να βρείτε το λάθος στους παρακάτω συλλογισμούς:

Είναι  $\eta\mu x + \sigma\upsilon\nu x = \alpha, \alpha \in \mathbb{R}$ , άρα

$$\eta\mu^2 x + \sigma\upsilon\nu^2 x = \alpha^2 \Leftrightarrow$$

$$1 = \alpha^2 \Leftrightarrow$$

$$\alpha = \pm 1$$

Μονάδες 4

A4. Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τον πίνακα Β συμπληρωμένο με τα στοιχεία της στήλης Α του πίνακα Α που αντιστοιχούν στα στοιχεία της στήλης Β.

πίνακας Α		πίνακας Β	
Στήλη Α	Στήλη Β	1	2
1. $\eta\mu 240^\circ$	α. $\frac{\sqrt{3}}{2}$		
2. $\sigma\upsilon\nu 330^\circ$	β. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$		
	γ. $\frac{1}{2}$		
	δ. $-\frac{1}{2}$		

Μονάδες 4

A4. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α)  $\eta\mu^2 20^\circ + \eta\mu^2 70^\circ = 1$

β) Υπάρχει  $x \in \mathbb{R}$  για το οποίο  $\eta\mu x + \sigma\upsilon\nu x = 2$ .

γ)  $\sigma\upsilon\nu \frac{\pi}{50} < \sigma\upsilon\nu \frac{\pi}{5}$

δ) Η συνάρτηση  $f(x) = \sigma\upsilon\nu x, x \in \mathbb{R}$  είναι άρτια.

ε) Ισχύει ότι  $\sigma\upsilon\nu x = 0 \Leftrightarrow x = \kappa\pi + \frac{\pi}{2}, \kappa \in \mathbb{Z}$ .

Μονάδες 10

**Θέμα Β**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \kappa\eta\mu \frac{x}{2} + \lambda, \kappa > 0, x \in \mathbb{R}, \lambda \in \mathbb{R}$ , η οποία έχει μέγιστο το 3 και η γραφική της

παράσταση διέρχεται από το σημείο  $A\left(\frac{\pi}{3}, 2\right)$ .

B1. Να αποδείξετε ότι  $\kappa = 2$  και  $\lambda = 1$ .

Μονάδες 8

**B2.** Να παραστήσετε γραφικά και να μελετήσετε τη συνάρτηση  $f$  σε διάστημα πλάτους μιας περιόδου.

Μονάδες 10

**B3.** Να βρείτε στο διάστημα  $[0, 4\pi]$  τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης της  $f$  με τον άξονα  $x'x$ .

Μονάδες 7

### Θέμα Γ

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) - \eta\mu\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .

**Γ1.** Να αποδείξετε ότι  $f(x) = \eta\mu x - \sigma\upsilon\nu x$ .

Μονάδες 4

**Γ2.** Να αποδείξετε ότι  $f^2(x) + f^2(-x) = 2$  για κάθε  $x \in \mathbb{R}$ .

Μονάδες 5

**Γ3. α)** Να λύσετε στο  $[0, 2\pi]$  την εξίσωση  $f(x) = 0$ .

**β)** Κάνοντας κατάλληλο σχήμα να κάνετε μια γεωμετρική ερμηνεία της προηγούμενης εξίσωσης.

Μονάδες 4+4

**Γ4.α)** Να αποδείξετε ότι η  $f$  είναι γνησίως αύξουσα στο  $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ .

**β)** Να λύσετε στο  $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$  την ανίσωση  $\eta\mu x + \frac{1}{2} < \sigma\upsilon\nu x + \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

Μονάδες 3+5

### Θέμα Δ

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = 9\epsilon\varphi^2\omega \cdot \sigma\upsilon\nu 2x$ ,  $x \in \mathbb{R}$ . Αν για τη γωνία  $\omega$  ισχύει η σχέση

$$-2\sigma\upsilon\nu^2\omega + \eta\mu\omega = -1, \omega \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right], \text{ τότε:}$$

**Δ1.** Να αποδείξετε ότι  $\epsilon\varphi\omega = \frac{\sqrt{3}}{3}$ .

Μονάδες 5

**Δ2.** Για  $\epsilon\varphi\omega = \frac{\sqrt{3}}{3}$  και  $A = (\eta\mu^4 x + \sigma\upsilon\nu^4 x)(\epsilon\varphi x + \sigma\varphi x)^2$ .

**α)** Να αποδείξετε ότι  $A = \epsilon\varphi^2 x + \sigma\varphi^2 x$ .

Μονάδες 5

**β)** Να αποδείξετε ότι  $f^2(x) + f^2\left(\frac{\pi}{4} - x\right) = 9$

Μονάδες 4

**γ)** Να λύσετε την εξίσωση  $2A \cdot f(x) - 3 = 3A - 2f(x)$ .

Μονάδες 5

**δ)** Να λύσετε την εξίσωση  $x^2 = 3\left(\frac{1}{3}f(x) - 1\right)$ .

Μονάδες 6

**Καλή τύχη!**