Πατήστε στο σύνδεσμο για να μεταβείτε στο κριτήριο:

https://forms.gle/SKQoEhCZrPAuZNBK7

Στις επόμενες σελίδες οι λύσεις

1. Δεν είναι γιατί για x = 2 υπάρχουν 2 σημεία στη γραφική παράσταση, δηλαδή στο x = 2 αντιστοιχούν2 τιμές του y.

2. Το σημείο (2, 0) της γραφικής παράστασης της f έχει τετμημένη 2, τότε $f(2)=0\neq 2$.

3. Μόνο το σημείο (- 3, 2) της γραφικής παράστασης έχει y = 2, οπότε η εξίσωση έχει μόνο 1 λύση.

4. Αν προβάλλουμε όλα τα σημεία της καμπύλης στον άξονα x΄x, θα δημιουργηθεί το διάστημα $[-2,6]$, άρα $A=[-2,6]$.

5. Αν προβάλλουμε όλα τα σημεία της καμπύλης στον άξονα y΄y, θα δημιουργηθεί το διάστημα $[-8,10]$, άρα $f(A)=[-8,10]$.

6. Το σημείο της C_f με x = 0 είναι το (0, - 4), άρα $f(0)=-4$.

7. Επειδή το σημείο (4, -2) βρίσκεται στη γραφική παράσταση της f, είναι $f(4)=-2$, οπότε $f(f(4))=f(-2)$.Επειδή το σημείο (- 2, 3) βρίσκεται στη γραφική παράσταση της f, είναι $f(-2)=3$, οπότε $f(f(4))=f(-2)=3$.

8. Οι λύσεις της εξίσωσης είναι οι τετμημένες των σημείων τομής της C_f με τον άξονα x΄x, οπότε η εξίσωση έχει λύσεις x = -1, x= 1 και x = 4 .

9. Οι λύσεις της εξίσωσης είναι τα σημεία τομής της C_f με την ευθεία y = 4.
Επειδή y = 4 έχουν 5 σημεία της γραφικής παράστασης της f, η εξίσωση έχει 5 λύσεις.

10. Οι λύσεις της ανίσωσης $f(x)<0$ είναι οι τετμημένες των σημείων της καμπύλης που βρίσκονται κάτω από τον x΄x. Παρατηρούμε ότι κάτω από τον x΄x βρίσκονται τα σημεία με $-3<x<0$ άρα: $f(x)<0 \Leftrightarrow -3<x<0$.

11. Οι λύσεις της ανίσωσης $f(x)>g(x)$ είναι οι τιμές του x για τις οποίες η γραφική παράσταση της f βρίσκεται πάνω από τη γραφική παράσταση της g και αυτό συμβαίνει για x > -2.

12. Επειδή το σημείο (0, β) ανήκει στη γραφική παράσταση της f, ισχύει ότι
$f(2)=\beta \Leftrightarrow 2^2-4\cdot 2=\beta \Leftrightarrow \beta=4-8=-4$

13. Είναι $f(\alpha)=0 \Leftrightarrow \alpha^2-4\alpha=0 \Leftrightarrow \alpha(\alpha-4)=0 \overset{\alpha>0}{\Leftrightarrow} \alpha=4$

14. Η g ορίζεται όταν $f(x)\geq 0$, δηλαδή όταν η γραφική παράσταση της f δεν βρίσκεται κάτω από τον x΄x και αυτό συμβαίνει όταν $x\in[-6,-3]\cup[3,5]$.

15. Επειδή η γραφική παράσταση της συνάρτησης f διέρχεται από τα σημεία A και B,

ισχύει: $\begin{cases} f(1)=1 \\ f(-1)=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{\alpha\cdot 1+2}{1^2+\beta}=1 \\ \dfrac{\alpha\cdot(-1)+2}{(-1)^2+\beta}=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha+2=1+\beta \\ -\alpha+2=2+2\beta \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha=\beta+1-2 \\ -\alpha-2\beta=0 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\begin{cases} \alpha=\beta-1 \\ -(\beta-1)-2\beta=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha=\beta-1 \\ -\beta+1-2\beta=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha=\beta-1 \\ -3\beta=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha=\dfrac{1}{3}-1=-\dfrac{2}{3} \\ \beta=\dfrac{-1}{-3}=\dfrac{1}{3} \end{cases}$

16. Επειδή οι γραφικές παραστάσεις των f, g τέμνονται στο σημείο A(0, 1), ισχύει ότι

$\begin{cases} f(0)=1 \\ g(0)=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \beta=1 \\ \beta=1 \end{cases} \Leftrightarrow \beta=1$

Επειδή οι γραφικές παραστάσεις των f, g τέμνονται στο σημείο B(4, - 3), ισχύει ότι

$\begin{cases} f(4)=-3 \\ g(4)=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 16+4\alpha+1=-3 \\ 1+4\gamma=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4\alpha=-20 \\ 4\gamma=-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha=-5 \\ \gamma=-1 \end{cases}$.