ΑΣΚΗΣΕΙΣ
ΣΤΙΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ

Η ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ $f(x)=\alpha x+\beta$

Γραφική παράσταση της $f(x)=\alpha x+\beta$

1. Να σχεδιάσετε στο ίδιο σύστημα αξόνων τις ευθείες ε_1:y=2x-1 και ε_2: y=2x+2.Τι θέση έχουν οι δύο ευθείες μεταξύ τους;

2. Να βρείτε τα σημεία τομής των επόμενων ευθειών με τους άξονες και να τις σχεδιάσετε :
   i) y=x-2 ii) y=-x+3 iii) y=3x-5
   iv) $y=-\frac{1}{2}x-2$ v) y=1 vi) y=-4

3. Να σχεδιάσετε στο ίδιο σύστημα αξόνων τις ευθείες ε_1:y=3 και ε_2: y=-2.

4. Να σχεδιάσετε τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων:
   i) f(x) =-2x+1, όταν x≤-2 ii) $f(x)=\frac{1}{2}x-2$,όταν x >-4
   iii) f(x) =x-3, όταν -2 ≤x <5 iv) $f(x)=\frac{x-1}{3}$,όταν -5<x ≤ 4

5. Να σχεδιάσετε τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων:
   i) f(x) =2x+1 ii) f(x) =-x+5 iii) f(x) =-8x
6. Να βρείτε τη γωνία που σχηματίζουν οι παρακάτω ευθείες με τον άξονα χ΄χ:
   i) y=x-3 ii) y=-x+2 iii) $y=\sqrt{3}\cdot x-5$
   iv) $y=-\sqrt{3}\cdot x$ v) $y=\frac{\sqrt{3}\cdot x-3}{3}$ vi) $y=-\frac{1}{\sqrt{3}}\cdot x+2$

7. Να βρείτε για ποιες τιμές του λ∈R :
   i) Η ευθεία : $y=(|2\lambda-3|-5)x+2011$ σχηματίζει οξεία γωνία με τον άξονα χ΄χ.
   ii) Η ευθεία : $y=(\lambda^2-3\lambda-10)x-2012$ σχηματίζει αμβλεία γωνία με τον άξονα χ΄χ.

8. Δίνονται οι ευθείες : ε: y=-2x+4 και ζ:y=3x+9 .
   i) Να βρείτε το σημείο τομής των ευθειών ε και ζ
   ii) Να σχεδιάσετε τις ευθείες ε και ζ στο ίδιο σύστημα αξόνων.

9. Να σχεδιάσετε την ευθεία ε:y=2x+4 και να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου που σχηματίζει με τους άξονες.

10. Η ευθεία ε: y=(λ+2)x+2λ+8 διέρχεται από την αρχή των αξόνων.
    i) Να βρείτε τον αριθμό λ
    ii) Να σχεδιάσετε την ευθεία ε

11. Η ευθεία ε: y=αx+2-4α διέρχεται από το σημείο Α(1,-4).
    i) Να βρείτε τον αριθμό α
    ii) Να βρείτε τα σημεία τομής της ευθείας ε με τους άξονες
    iii) Να σχεδιάσετε την ευθεία ε

Askisopolis

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ :ΠΑΤΣΙΜΑΣ ΔΗΜΗΤΡΗΣ

12. Η γραφική παράσταση της $f(x)=\frac{x+\lambda}{3}$ διέρχεται από το σημείο Α(-1,-2).

i) Να βρείτε τον αριθμό λ
ii) Να βρείτε το f(2)
iii) Να σχεδιάσετε τη γραφική της παράσταση.

13. Η ευθεία ε: y=αx+2α+3 τέμνει τον άξονα χ΄χ στο σημείο Α(4,0).

i) Να βρείτε τον αριθμό α
ii) Να σχεδιάσετε την ευθεία ε

14. Η ευθεία ε: y=(2λ-6)x+λ-1 είναι παράλληλη στον άξονα χ΄χ.

i) Να βρείτε τον αριθμό λ.
ii) Να σχεδιάσετε την ευθεία ε.

15. Η ευθεία ε: y=(3-λ)x+λ+1 σχηματίζει με τον άξονα χ΄χ γωνία 45° .

i) Να βρείτε τον αριθμό λ.
ii) Να σχεδιάσετε την ευθεία ε.

16. Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας ψ=2x+β η οποία τέμνει τους άξονες χ΄χ και y΄y στα σημεία Α και Β ώστε (ΑΒ)=$\sqrt{5}$.

<u>Γραφική παράσταση συναρτήσεων με πολλαπλούς τύπους</u>

17. Να σχεδιάσετε τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων:

i) f (x)=|x|+1
ii) f(x)=|x-1|+|x+1|
iii) f (x)=x-|x-1|-|x+2|
iv) f(x) =|x|
v) $f(x)=\begin{cases} x-2 & ,x\le 0 \\ -x+3 & ,x>0 \end{cases}$
vi) $f(x)=\begin{cases} x+1 & ,\ x<10 \\ 2 & ,\ 1\le x\le 3 \\ x-1 & ,\ x>3 \end{cases}$

18. Να σχεδιάσετε τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων:

i) $f(x)=\begin{cases} x-5, & \alpha\nu\ x>2 \\ -2x+1, & \alpha\nu\ x\le 2 \end{cases}$
ii) $f(x)=\begin{cases} -\frac{1}{2}x-4, & \alpha\nu\ x\le -4 \\ \frac{1}{4}x-2, & \alpha\nu\ x>-4 \end{cases}$
iii) $f(x)=\begin{cases} 2x+3, & \alpha\nu\ x<-1 \\ 2 & ,\alpha\nu\ x\ge -1 \end{cases}$
iv) $f(x)=\begin{cases} 3 & ,\alpha\nu\ x<-2 \\ -x+1, & \alpha\nu\ x\ge -2 \end{cases}$

19. Να σχεδιάσετε τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων:

i) $f(x)=\begin{cases} x+1, & \alpha\nu\ x\ge 0 \\ -2x+1, & \alpha\nu\ x<0 \end{cases}$
ii) $f(x)=\begin{cases} 2, & \alpha\nu\ x\ge 1 \\ -2, & \alpha\nu\ x<1 \end{cases}$
iii) $f(x)=\begin{cases} -x, & \alpha\nu\ x\le -1 \\ 1, & \alpha\nu\ -1<x<1 \\ x, & \alpha\nu\ x\ge 1 \end{cases}$
iv) $f(x)=\begin{cases} 1, & \alpha\nu\ x\le -3 \\ x+4, & \alpha\nu\ -3<x\le 0 \\ -2x+4, & \alpha\nu\ x>0 \end{cases}$

Askisopolis

20. Να σχεδιάσετε τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων:

i) $f(x)=\begin{cases} x-4, \alpha\nu\ x\le -2 \\ 2, \alpha\nu\ -2<x<3 \\ -2x+8, \alpha\nu\ x\ge 3 \end{cases}$ ii) $f(x)=\begin{cases} -2x-6, \ \alpha\nu\ \ x\le -1 \\ -2, \ \alpha\nu\ \ -1<x\le 2 \\ x-3, \ \alpha\nu\ \ x>2 \end{cases}$

21. Να παραστήσετε γραφικά την παρακάτω συνάρτηση: $f(x)=\begin{cases} 2, 1\le x<2 \\ 3x-4, 2\le x<3 \\ -3x+14, 3\le x<4 \\ 2, 4\le x\le 5 \end{cases}$

22. Να παραστήσετε γραφικά τη συνάρτηση $f(x)=\begin{cases} -x+1, & x<-1 \\ -2, & -1\le x<1 \\ 3x-3, & x\ge 1 \end{cases}$.

23. Να παραστήσετε γραφικά τη συνάρτηση $f(x)=|x-3|-2|x+1|+x$.

24. Να σχεδιάσετε τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων:

i) $f(x)=x-|x|$ ii) $f(x)=|x-1|+|x|$ iii) $f(x)=\begin{cases} \dfrac{|x-2|}{2-x}, \alpha\nu\ x\ne 2 \\ 0, \ \alpha\nu\ x=2 \end{cases}$

25. Να σχεδιάσετε τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων:

i) f (x) =|x|+1 ii) f(x)=|x-3|

iii) f (x) =|x-2|-3 iv) f(x) =2-|x+1|

v) f (x)=2|x-1|-3 vi) f(x)= $-\frac{1}{2}|x+2|+2$

26. Δίνεται η συνάρτηση $f(x)=|x+4|-2|x-2|-2x$.

i) Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της f

ii) Να λύσετε την ανίσωση f(x)<0

iii) Να βρείτε το πλήθος των λύσεων της εξίσωσης f(x)=α για τις διάφορες τιμές του α∈R.

27. Να σχεδιάσετε τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων:

i) $f(x)=\begin{cases} \dfrac{|x-3|}{x-3}, \alpha\nu\ x\ne 3 \\ 2 \ \ , \alpha\nu\ \mathrm{x}=3 \end{cases}$ ii) $f(x)=\dfrac{x-|x|}{2}$

28. Δίνεται η συνάρτηση : $f(x)=\dfrac{|3x+6|}{x+2}-1$.

i) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f

ii) Να γράψετε τον τύπο της f χωρίς το σύμβολο της απόλυτης τιμής.

iii) Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της f.

29. Δίνεται η συνάρτηση : $f(x)=\sqrt{x^2-4x+4}+x+3$.

i) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f

ii) Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της f.

Askisopolis

30. Δίνεται η συνάρτηση : $f(x)=\sqrt{x^2-4x+4}+x+3$.
   i) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f
   ii) Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της f.

31. Η γραφική παράσταση της συνάρτησης : $f(x)=\begin{cases}\lambda x-3, \alpha\nu\ x>2\\ \mu x-\lambda, \alpha\nu\ x\le 2\end{cases}$ διέρχεται από τα σημεία Α(4,5) και Β(-1,-1).
   i) Να βρείτε τους αριθμούς λ και μ
   ii) Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της f.

32. Η γραφική παράσταση της συνάρτησης : $f(x)=|x-1|+\lambda x+\mu$ τέμνει τον άξονα y΄ y στο σημείο με τεταγμένη 5 και τον άξονα χ΄χ στο σημείο με τετμημένη 3.
   iii) Να βρείτε τους αριθμούς λ και μ
   iv) Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της f.

<u>Παράλληλες ευθείες</u>

33. Να βρείτε για ποιες τιμές του λ οι παρακάτω ευθείες είναι παράλληλες .
   i) ε : $y=(3\lambda-5)x+2$ και ζ : $y=4x-1$
   ii) ε: $y=(\lambda-3)x-1$ και ζ : $y=(5-\lambda)x+4$
   iii) ε: $y=\frac{\lambda-1}{2}x+5$ και ζ: $y=(\lambda+1)x-3$
   iv) ε: $y=(\lambda-2)x-2$ και ζ: $y=\frac{x+5}{2}$

34. Να βρείτε για ποιες τιμές του λ οι παρακάτω ευθείες είναι παράλληλες .
   i) ε : $y=(\lambda^2+4\lambda)x-7$ και ζ : $y=(\lambda+10)x+21$
   ii) ε : $y=(\lambda^2+3)x-5$ και ζ : $y=(3-5\lambda)x$
   iii) ε: $y=\lambda(\lambda-3)x+2$ και ζ: $y=(4-3\lambda)x+1$
   iv) ε: $y=\lambda(2\lambda+5)x-3$ και ζ: $y=(\lambda-2)(\lambda+2)x$

35. Να βρείτε για ποιες τιμές του λ οι παρακάτω ευθείες είναι παράλληλες .
   i) ε : $y=|\lambda+2|x-1$ και ζ : $y=x-5$
   ii) ε : $y=|1-2\lambda|x+3$ και ζ : $y=3x$
   iii) ε: $y=(|2\lambda-3|-5)x+5$ και ζ: $y=4-3x$
   iv) ε: $y=|\lambda-3|x-2$ και ζ: $y=|3\lambda+7|x+5$

36. Να βρείτε για ποιες τιμές του λ οι παρακάτω ευθείες είναι παράλληλες:
   i) ε : $y=(|\lambda|-1)x+2$ και ζ: $y=2x+1$
   ii) ε : $y=(\lambda^2-2\lambda)x+1$ και ζ: $y=-\lambda x$
   iii) ε : $y=(1-\lambda^2)x+3$ και ζ: $y=(\lambda-1)x$

37. Δίνονται οι ευθείες ε: $y=\lambda(\lambda+3)x+5$ και ζ: $y=(\lambda+8)x+2\lambda+1$.Να βρείτε για ποιες τιμές του λ οι ευθείες ε και ζ :
   i) Είναι διακεκριμένες και παράλληλες
   ii) Να σχεδιάσετε τις ευθείες ε και ζ στο ίδιο σύστημα αξόνων

Askisopolis

38. Δίνονται οι ευθείες ε: $y=(\lambda^2-3)x+\lambda+1$ και ζ: $y=(4\lambda-7)x+4-3\lambda$,οι οποίες είναι παράλληλες.
   i) Να βρείτε τον αριθμό λ
   ii) Να σχεδιάσετε τις ευθείες ε και ζ στο ίδιο σύστημα αξόνων

39. Δίνονται οι ευθείες ε: $y=(\lambda^3-1)x+4$ και ζ: $y=3\lambda(\lambda-1)x-1$,οι οποίες είναι παράλληλες.
   i) Να βρείτε τον αριθμό λ
   ii) Να σχεδιάσετε τις ευθείες ε και ζ στο ίδιο σύστημα αξόνων.

40. Δίνονται οι ευθείες ε: $y=(2\lambda-8)x+\lambda+3$και ζ: $y=(1-\lambda)x+2-2\lambda$,οι οποίες είναι παράλληλες.
   i) Να βρείτε τον αριθμό λ
   ii) Αν η ε τέμνει τον χ΄χ στο σημείο Α και η ζ τέμνει τον y΄y στο σημείο Β ,να βρείτε το μήκος του τμήματος ΑΒ.

41. Δίνονται οι ευθείες ε: $y=(\alpha+2)x+7\alpha+4$ και ζ: $y=(\beta-\alpha)x-\beta-2\alpha$,με α ,β∈R.Η ευθεία ε διέρχεται από το σημείο Μ(-3,2) και ισχύει ότι ε//ζ. Να βρείτε:
   i) τις τιμές των α και β
   ii) Το εμβαδόν του τριγώνου που σχηματίζει η ευθεία με τους άξονες.

42. Να βρεθεί ο λ∈R ώστε οι ευθείες: y=2x και y=(λ+3)x-5 να είναι παράλληλες.

43. Να αποδείξετε ότι τα σημεία Α(-2,-1), Β(1,8) και Γ(3,14) είναι συνευθειακά.

<u>Προσδιορισμός εξίσωσης ευθείας</u>

44. Να βρεθεί η γωνία ω που σχηματίζει με τον άξονα x΄x η ευθεία ε με εξίσωση:
   i) y= $\frac{\sqrt{3}}{3}x-2$ ii) y= $-\sqrt{3}\cdot x+2$
   iii) y=-4 iv) x=5

45. Σε καθεμία από τις παρακάτω περιπτώσεις να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που έχει συντελεστή διεύθυνσης λ και διέρχεται από το σημείο Α.
   i) λ=1 και Α(-3,2)
   ii) λ=-2 και Α(2,-1)
   iii) λ=3 και Α(-1,4)
   iv) $\lambda=-\frac{1}{2}$ και Α(4,-5)
   v) λ=0 και Α(-3,4)

46. Σε καθεμία από τις παρακάτω περιπτώσεις να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από τα σημεία Α και Β.
   i) Α(-4,0) και Β(0,2)
   ii) Α(0,-2) και Β(3,-1)
   iii) Α(0,3) και Β(2,1)
   iv) Α(2,4) και Β(-1,-5)
   v) Α(0,-1) και Β(4,-1)

47. Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας ε που διέρχεται από τα σημεία:
   i) Α(3,5) και Β(3,-4) ii) Α(-2,8) και Β(1,-1) iii) Α(0,-3) και Β(2,-3)

Askisopolis

48. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από τα σημεία :
i)A(0,2) και B(2,0) ii)A(0,0) και B(3,4)
iii)A(1,3) και B(-2,-1) iv)A(1,3) και B(-3,3)

49. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας :
i) που είναι παράλληλη στην ευθεία :ζ_1:y=-3x+2 και διέρχεται από το σημείο A(2,-1)
ii) που είναι παράλληλη στην ευθεία :ζ_2:y=2x+5 και διέρχεται από το σημείο B(2,-3)
iii) που είναι παράλληλη στην ευθεία :ζ_3: $y=-\frac{x+2}{2}$ και διέρχεται από το σημείο Γ(4,-2)

50. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας ζ που διέρχεται από το σημείο A(2,-3) και είναι:
i) παράλληλη στην ευθεία ε: 8x-2y+3=0,
ii) κάθετη στην ευθεία ε με εξίσωση 2x+3y=3.

51. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας :
i) που σχηματίζει γωνία 45° με τον άξονα χ΄χ και διέρχεται από το σημείο A(-2,4)
ii) που σχηματίζει γωνία 135° με τον άξονα χ΄χ και διέρχεται από το σημείο B(3,-5)
iii) που σχηματίζει γωνία 30° με τον άξονα χ΄χ και τέμνει τον άξονα χ΄χ στο σημείο με τετμημένη $2\sqrt{3}$
iv) που σχηματίζει γωνία 120° με τον άξονα χ΄χ και διέρχεται από το σημείο $\Delta(\sqrt{27},-4)$

52. Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας ε που διέρχεται από το σημείο A(-1,2) και:
i) έχει συντελεστή διεύθυνσης 3,
ii) έχει συντελεστή διεύθυνσης 0 (δηλαδή είναι παράλληλη στον άξονα x΄x),
iii) δεν έχει συντελεστή διεύθυνσης 3 (δηλαδή είναι κάθετη στον άξονα x΄x).

53. Έστω ε η ευθεία που διέρχεται από τα σημεία A(-1,2) και B(2,5). Να βρείτε:
i) την εξίσωση της ε,
ii) τον συντελεστή διεύθυνσης της ε,
iii) τη γωνία που σχηματίζει η ε με τον άξονα x΄x.

54. Να αποδείξετε ότι τα σημεία A(-1,3),B(2,-3) και Γ(-3,7) είναι συνευθειακά.

55. Η ευθεία ε: $y=(\lambda+1)x+2-4\lambda$ τέμνει τον άξονα χ΄χ στο σημείο με τετμημένη 2.Να βρείτε:
i) τον αριθμό λ
ii) Την εξίσωση της ευθείας που είναι παράλληλη στην ευθεία ε και διέρχεται από το σημείο A(-2,-5).

56. Δίνονται οι ευθείες ε_1:y=-2x+2,ε_2:y=4x-1 και ε_3:y=-3x+6.Να βρείτε την εξίσωση ευθείας:
i) που είναι παράλληλη στην ε_1 και διέρχεται από το σημείο τομής των ε_2 και ε_3,
ii) που διέρχεται από το σημείο τομής των ε_1 και ε_3 και το σημείο της ε_2 με τετμημένη -3

57. Η ευθεία ε:y=λx-4 σχηματίζει αμβλεία γωνία με τον άξονα χ΄χ, ενώ το τρίγωνο που σχηματίζει με τους άξονες έχει εμβαδόν 4τ.μ.Να βρείτε τον αριθμό λ

58. Δίνονται τα σημεία A(2,1) και B(α,2α+7) για τα οποία ισχύει $(AB)=2\sqrt{5}$.
i) Να βρείτε την τιμή του $\alpha\in R$
ii) Έστω ε η ευθεία που διέρχεται από τα σημεία Α και Β. Να βρείτε :
α) την εξίσωση της ευθείας ε
β) τα σημεία τομής της ευθείας ε με τους άξονες.

59. Η ευθεία ε διέρχεται από τα σημεία A(2,9) και B(-3,-6).Η ευθεία ζ διέρχεται από το σημείο Γ(-7,2) και σχηματίζει γωνία 135° με τον άξονα χ΄χ. Να βρείτε :

Askisopolis

i) τις εξισώσεις των ευθειών ε και ζ.
ii) το σημείο τομής των ευθειών ε και ζ.

60. Η ευθεία ε διέρχεται από τα σημεία Α(-1,4) και Β(-3,0),ενώ η ευθεία ζ είναι παράλληλη στην ε και διέρχεται από το σημείο Γ(-2,-3).
i) Να βρείτε τις εξισώσεις των ευθειών ε και ζ.
ii) Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου που σχηματίζει η ευθεία ε με τους άξονες
iii) Το σημείο Δ(α-1,4α-9) ανήκει στην ευθεία ζ. Να βρείτε :
α) την τιμή του $\alpha\in R$
β) το μήκος του ευθυγράμμου τμήματος ΑΒ

<u>Κάθετες ευθείες</u>

61. Να σχεδιάσετε στο ίδιο σύστημα αξόνων τις ευθείες:

i) ε_1: y=-2x+3 ii) ε_2: $y=\frac{1}{2}x+3$.

Τι θέση έχουν οι δύο ευθείες μεταξύ τους;

62. Να βρεθεί ο $\lambda\in R$ ώστε οι ευθείες: y=λx+4 και y=2x-5 να είναι κάθετες και επίσης και οι ευθείες y=(λ-4)x-2 και $y=\frac{\lambda}{4}x+5$.

63. Να βρείτε τον λ ώστε οι παρακάτω ευθείες να είναι κάθετες.

i) $\varepsilon: y=\lambda^2x-2$ και $\zeta: y=-\frac{\lambda}{8}x+1$

ii) $\varepsilon: y=-\frac{\lambda^3}{4}x+1$ και $\zeta: y=\frac{\lambda}{4}x$

iii) $\varepsilon: y=3\lambda^2x+5$ και $\zeta: y=9\lambda x-5$

iv) $\varepsilon: y=2\lambda^2x-4$ και $\zeta: y=3\lambda^4x+1$

64. Να βρείτε τον λ ώστε οι παρακάτω ευθείες να είναι κάθετες.

i) $\varepsilon: y=(\lambda+3)x-1$ και $\zeta: y=-\frac{1}{2}x+3$

ii) $\varepsilon: y=(2\lambda-1)x$ και $\zeta: y=3x-4$

iii) $\varepsilon: y=(\lambda-1)x-2$ και $\zeta: y=\frac{2-\lambda}{2}x+6$

iv) $\varepsilon: y=(\lambda+2)x+7$ και $\zeta: y=\frac{5-x}{4}$

v) $\varepsilon: y=(\lambda+1)x$ και $\zeta: y=(\lambda+3)\,x$

vi) $\varepsilon: y=(\lambda-2)x-1$ και $\zeta: y=-\frac{\lambda x+3}{3}$

65. Να βρείτε τον λ ώστε οι παρακάτω ευθείες να είναι κάθετες.

i) $y=\frac{1-\lambda}{3}x+4$ και $y=(\lambda+1)x-1$

ii) $y=\lambda x+2$ και $y=(\lambda+2)x-1$

iii) $y=\lambda^3x+1$ και $y=-\lambda x$

66. Να βρείτε για ποιες τιμές του λ οι ευθείες με εξισώσεις $\lambda^2\chi$-4y+4λ=0 και λχ+y+4=0 :
i) ταυτίζονται, ii) είναι παράλληλες.

Askisopolis

67. Να βρείτε για ποιες τιμές του κ οι ευθείες με εξισώσεις: y=(2κ-1)x+5 και y=(κ+1)x-3
i) είναι παράλληλες, ii) είναι κάθετες.

68. Δίνεται η ευθεία ζ:y=2x+7 και έστω ε η ευθεία που είναι κάθετη στη ζ και διέρχεται από το σημείο Α(-8,1) .Να βρείτε:
i) την εξίσωση της ευθείας ε
ii) το σημείο τομής των ευθειών ε και ζ.

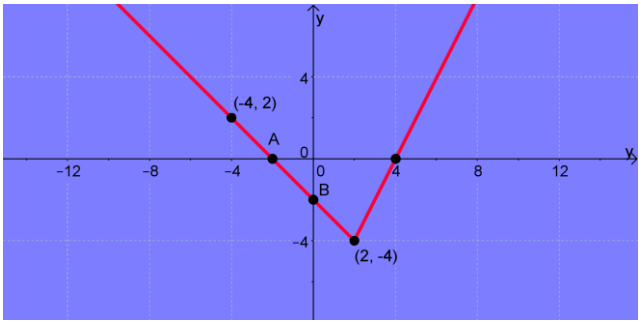
69. Η ευθεία ε: $y=\frac{\lambda+1}{2}\cdot x+1$ διέρχεται από το σημείο Α(-4,5).Να βρείτε:
i) τον αριθμό λ
ii) την ευθεία ζ που είναι κάθετη στην ε και διέρχεται από το σημείο Β(4,6).
iii) Το σημείο στο οποίο η ευθεία ε τέμνει την ευθεία ζ που βρήκατε στο ερώτημα (β).

70. Οι ευθείες ε: $y=\frac{\lambda-1}{4}\cdot x+\lambda+5$ και ζ: $y=(\lambda-5)x+1-\lambda$ είναι κάθετες .Να βρείτε:
i) τον αριθμό λ
ii) το εμβαδόν του τριγώνου που σχηματίζει η ευθεία ε με τους άξονες
iii) το σημείο τομής των ευθειών ε και ζ.

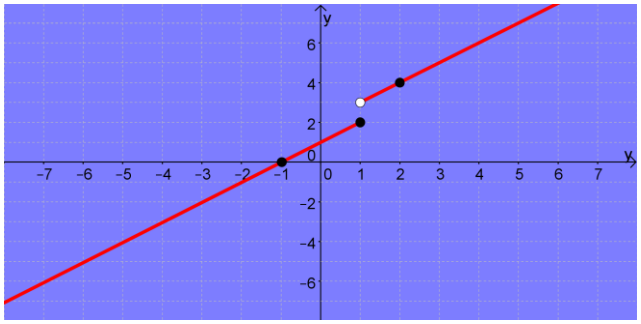
71. Η ευθεία ε: $y=\lambda x+3$ τέμνει τον άξονα χ΄χ στο σημείο με τετμημένη $-\frac{3}{2}$.Να βρείτε:
i) τον αριθμό λ
ii) την εξίσωση της ευθείας ζ που είναι κάθετη στην ε και διέρχεται από το σημείο Α(4,6).
iii) το σημείο τομής Β των ευθειών ε και ζ.
iv) την απόσταση (ΑΒ)

<u>Προσδιορισμός τύπου από γραφική παράσταση</u>

72. Να βρείτε τον τύπο της συνάρτησης της οποίας η γραφική παράσταση δίνεται στο διπλανό σχήμα. Στη συνέχεια να βρείτε τις συντεταγμένες των σημείων Α και Β.

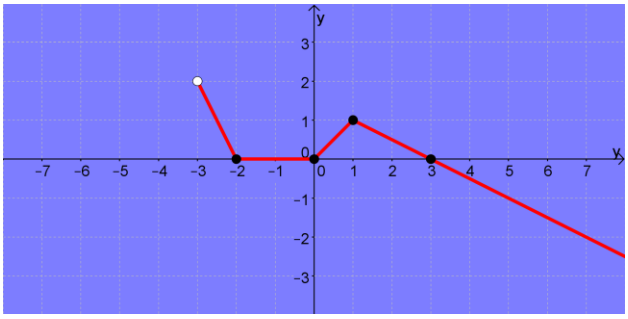


73. Να βρείτε τον τύπο της συνάρτησης της οποίας η γραφική παράσταση δίνεται στο διπλανό σχήμα :

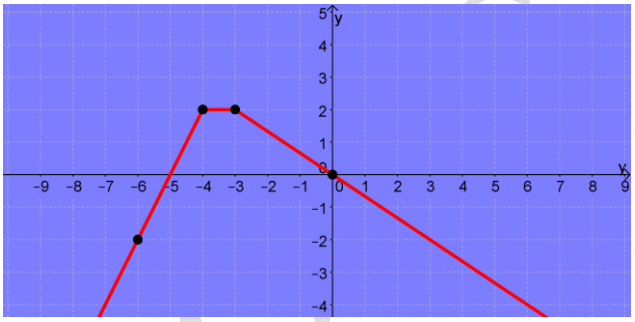


Askisopolis

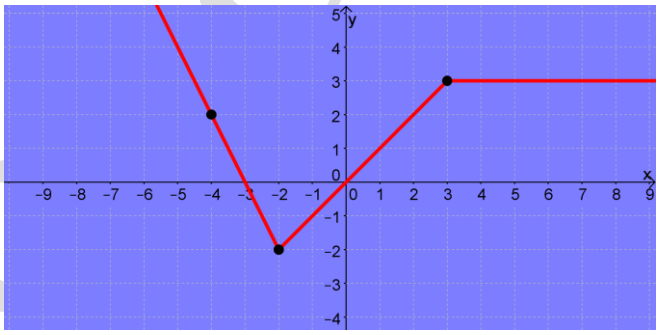
74. Να βρείτε τον τύπο της συνάρτησης της οποίας η γραφική παράσταση δίνεται στο διπλανό σχήμα :



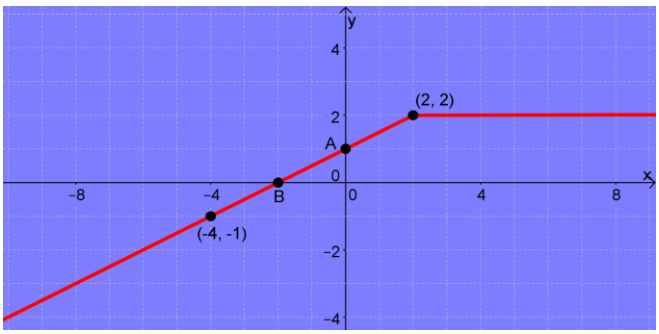
75. Να βρείτε τον τύπο της συνάρτησης της οποίας η γραφική παράσταση δίνεται στο διπλανό σχήμα :



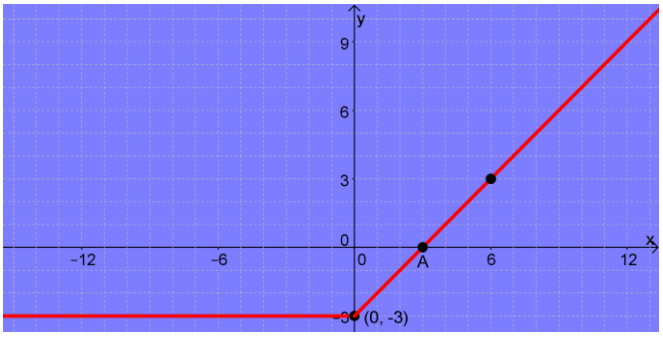
76. Να βρείτε τον τύπο της συνάρτησης της οποίας η γραφική παράσταση δίνεται στο διπλανό σχήμα :



77. Να βρείτε τον τύπο της συνάρτησης της οποίας η γραφική παράσταση δίνεται στο διπλανό σχήμα. Στη συνέχεια να βρείτε τις συντεταγμένες των σημείων Α και Β.



78. Να βρείτε τον τύπο της συνάρτησης της οποίας η γραφική παράσταση δίνεται στο διπλανό σχήμα. Στη συνέχεια να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου Α.



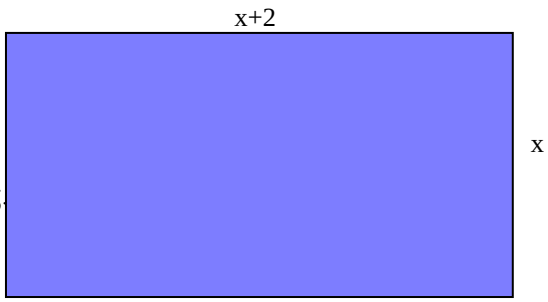
Askisopolis

79. Στο διπλανό ορθογώνιο:

i) Να εκφράσετε την περίμετρο και το εμβαδόν του ως συναρτήσεις του x.

ii) Να βρείτε τις τιμές του x ώστε η περίμετρος να είναι τουλάχιστον 32.

iii) Να βρείτε το x ώστε τότε το εμβαδόν να είναι 3 τετρ. μονάδες.



<u>Γραφική επίλυση ανισώσεων</u>

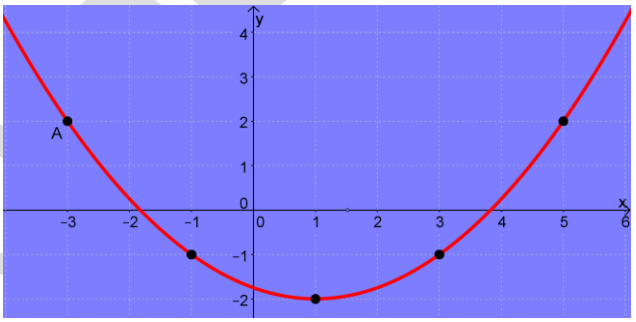
80. Δίνεται η συνάρτηση f(x)=|x| και έστω Α και Β τα σημεία της γραφικής της παράστασης με τετμημένες -3 και 5 αντίστοιχα.

i) Να βρείτε τις τεταγμένες των σημείων Α και Β ,καθώς και την εξίσωση της ευθείας ε που διέρχεται από τα σημεία Α και Β

ii) Να σχεδιάσετε τη C_f και την παραπάνω ευθεία ε στο ίδιο σύστημα αξόνων

iii) Να λύσετε γραφικά την ανίσωση $|x| \le \frac{x+15}{4}$.

81. Στο διπλανό σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f ,η οποία έχει πεδίο ορισμού το R.



i) Να σχεδιάσετε στο σχήμα τις ευθείες με εξισώσεις y=-1 και y=2.Στη συνέχεια να λύσετε γραφικά τις ανισώσεις :

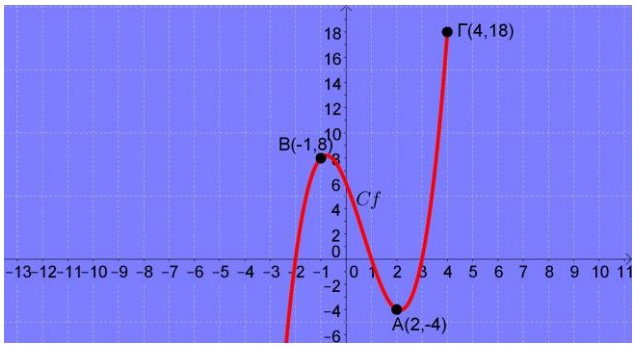
α) $f(x) \le -1$ β) $-1<f(x)<2$

ii) Να σχεδιάσετε στο σχήμα την ευθεία που διέρχεται από τα σημεία Α και Β και να βρείτε την εξίσωση της.

iii) Να λύσετε γραφικά τις ανισώσεις :

α) $f(x) > \frac{-x+1}{2}$ β) $0 \le f(x) \le \frac{-x+1}{2}$

82. Στο διπλανό σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f ,η οποία έχει πεδίο ορισμού το R.



i) Να σχεδιάσετε στο σχήμα την ευθεία με εξίσωση y=18.Στη συνέχεια να λύσετε γραφικά τις ανισώσεις :

α) $f(x) > 18$ β) $0<f(x)<18$

ii) Να σχεδιάσετε στο σχήμα την ευθεία που διέρχεται από τα σημεία Α και Γ και να βρείτε την εξίσωση της.

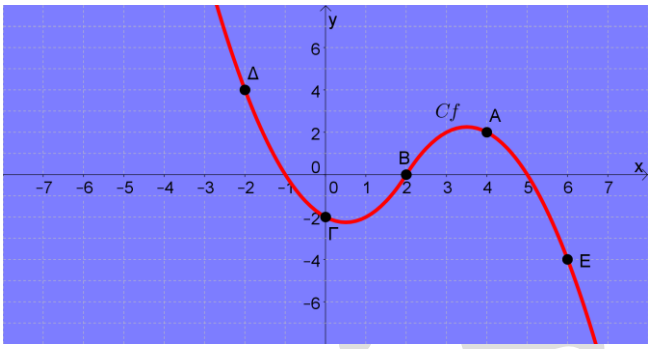
iii) Να σχεδιάσετε στο σχήμα την ευθεία που διέρχεται από τα σημεία Β και Γ και να βρείτε την εξίσωση της.

iv) Να λύσετε γραφικά τις ανισώσεις :

α) $f(x) \ge 2x+10$ β) $f(x) < 11x-26, x>0$

Askisopolis

83. Στο διπλανό σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f ,η οποία έχει πεδίο ορισμού το R.



i) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από τα σημεία Α και Β και στη συνέχεια να αποδείξετε ότι διέρχεται και από το σημείο Γ.

ii) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από τα σημεία Δ και Β και στη συνέχεια να αποδείξετε ότι διέρχεται και από το σημείο Ε.

iii) Να λύσετε γραφικά τις ανισώσεις :

α) $f(x) > x-2$ β) $f(x) \le -x+2$ γ) $-x+2 < f(x) < x-2$

Προβλήματα

84. Το βάρος ενός φορτηγού ,όταν είναι άδειο ,είναι 5 τόνοι ,ενώ το μέγιστο φορτίο που μπορεί να μεταφέρει είναι 6 τόνοι. Το φορτηγό φορτώνεται με σιτάρι από μια μηχανή με ρυθμό 0,2 τόνους σιτάρι κάθε λεπτό.

i) Να βρείτε τη συνάρτηση που εκφράζει το μεικτό βάρος του φορτηγού μετά από χλεπτά.

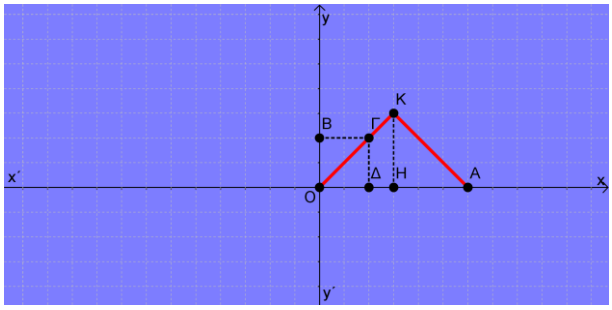
ii) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης αυτής και να κάνετε τη γραφική της παράσταση.

85. Δύο πόλεις Α και Β απέχουν 40km.Ένας ποδηλάτης ξεκινά από την πόλη Α και πηγαίνει στην πόλη Β έχοντας σταθερή ταχύτητα 8km/h.

i) Να βρείτε τη συνάρτηση που εκφράζει την απόσταση του ποδηλάτη από την πόλη Β,x ώρες αφού ξεκίνησε.

iii) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης αυτής και να κάνετε τη γραφική της παράσταση.

86. Ένας αρχιτέκτονας σχεδιάζοντας την τριγωνική στέγη μιας οικοδομής, όπως δείχνει το σχήμα ,άφησε μια τρύπα Γ ,σε ύψος ΓΔ=1,5m από τη βάση της στέγης, προκειμένου να περάσει το καλώδιο τηλεόρασης. Η στέγη είναι ισοσκελές τρίγωνο με βάση ΟΑ = 10m και ύψος ΚΗ = 2m . Θεωρώντας το ορθογώνιο σύστημα συντεταγμένων xOy ,να βρείτε:

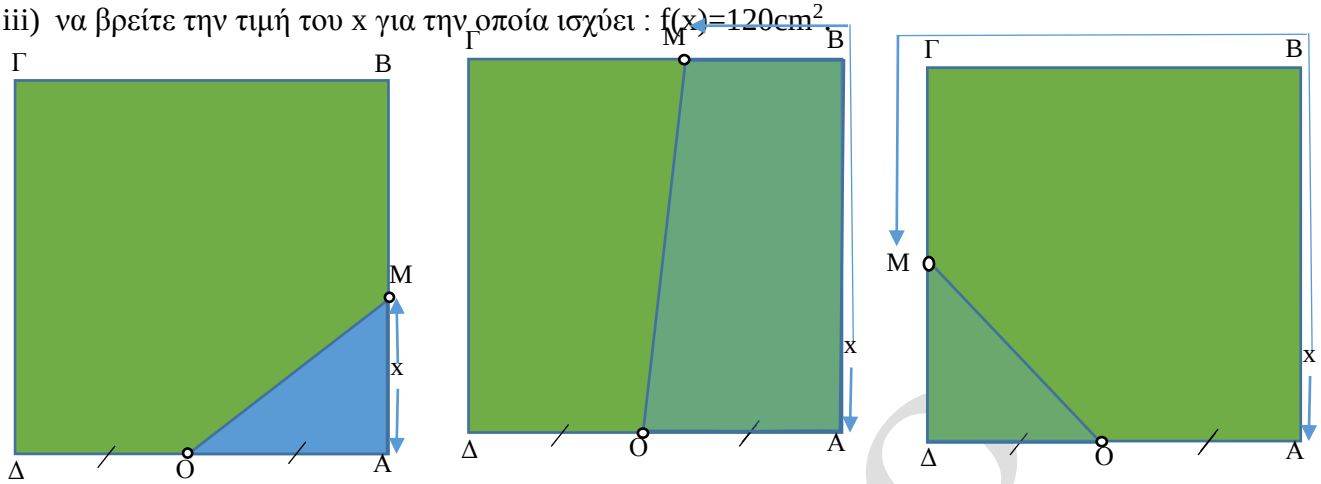


i) την εξίσωση της ευθείας ΟΚ

ii) το μήκος του οριζόντιου καλωδίου ΒΓ.

Aglisopolis

87. Δίνεται ένα τετράγωνο ΑΒΓΔ, με πλευρά 20cm,και το μέσο Ο της ΑΔ.Ένα κινητό σημείο Μ ξεκινά από το Α και διαγράφοντας την πολυγωνική γραμμή ΑΒΓΔ, καταλήγει στο Δ .Αν με x συμβολίσουμε το μήκος της διαδρομής που έκανε το κινητό Μ και με f(x) το εμβαδόν του χρωματισμένου ροζ χωρίου , τότε :
i) να βρείτε τον τύπο της f
ii)να παραστήσετε γραφικά την f
iii) να βρείτε την τιμή του x για την οποία ισχύει : $f(x)=120cm^2$



Συνδυαστικά θέματα

88. Η ευθεία ε:y=αx+4 τέμνει τον άξονα χ΄χ στο σημείο Α και τον άξονα y΄y στο σημείο Β ,για τα οποία ισχύει (ΑΒ) =5,ενώ σχηματίζει αμβλεία γωνία με τον άξονα χ΄χ. Να βρείτε:
i) τον αριθμό α
ii) Την εξίσωση της ευθείας ζ που είναι παράλληλη στην ε και διέρχεται από το σημείο Γ(9,-4),
iii) το εμβαδόν και την περίμετρο του τριγώνου που σχηματίζει η ευθεία ζ με τους άξονες.

89. Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x)=\sqrt{x^2+\lambda x+4}-3$ διέρχεται από το σημείο Μ(-4,-1).
i) Να βρείτε τον αριθμό λ.
ii) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f και να απλοποιήσετε τον τύπο της.
iii) Να κάνετε τη γραφική παράσταση της f
iv) Να βρείτε το σύνολο τιμών της f

90. Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x)=3\cdot\dfrac{\sqrt{x^2-6x+\lambda}}{x-3}+2$ τέμνει τον y΄y σε σημείο με τεταγμένη -1.
i) Να βρείτε τον αριθμό λ.
ii) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f και να απλοποιήσετε τον τύπο της.
iii) Να κάνετε τη γραφική παράσταση της f

91. Οι ευθείες $\varepsilon: y=(\alpha^2+\beta^2)x+2(\beta-\alpha)$ και $\zeta: y=2(\alpha-\beta-1)x+\alpha-\beta$ είναι παράλληλες. Να βρείτε:
i) τους αριθμούς α και β
ii) το σημείο τομής Α της ε με τον χ΄χ και το σημείο τομής Β της ζ με τον y΄y ,
iii) τη γωνία που σχηματίζει με τον χ΄χ η ευθεία που διέρχεται από τα σημεία Α και Β.

92. Δίνονται οι ευθείες $\varepsilon: y=\lambda(\lambda-1)x+3-4\lambda$ και $\zeta: y=(\lambda^2-1)x-3\lambda$,οι οποίες τέμνονται στο σημείο Μ(1,-3). Να βρείτε:
i) την τιμή του $\lambda\in R$
ii) το εμβαδόν του τριγώνου που σχηματίζει η ευθεία ζ με τους άξονες ,
iii) την εξίσωση της ευθείας η που είναι παράλληλη στην ε και διέρχεται από το σημείο Ν(3,-2),
iv) το σημείο τομής των ευθειών ζ και η

93. Η ευθεία ε :y=αx-3α διέρχεται από το σημείο Μ(6,4).

Askisopo

i) Να βρείτε την τιμή του $\alpha \in R$

ii) Θεωρούμε και την ευθεία $\zeta : y = \lambda x + \lambda + 3$,με $\lambda \neq 0$.Τα τρίγωνα που σχηματίζει καθεμία από τις ε και ζ με τους άξονες έχουν ίσα εμβαδά. Να βρείτε:

α) την τιμή του $\lambda \in R$

β) την απόσταση του σημείου Μ από το σημείο τομής Ν των ε και ζ.

94. Έστω η ευθεία που διέρχεται από τα σημεία Α(5,6) και Β(-1,-6).

i) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας ε

ii) Το σημείο Γ(α,4-α) ισαπέχει από τα σημεία Α και Β. Να βρείτε :

α) την τιμή του $\alpha \in R$

β) τα σημεία της ευθείας ε που απέχουν από το σημείο Γ απόσταση ίση με 5.

95. Οι κορυφές ενός τριγώνου ΑΒΓ είναι τα σημεία Α(0,-3),Β(4,0) και Γ(3,-2).Να βρείτε:

i) το μήκος της πλευράς ΒΓ

ii) την εξίσωση της ευθείας ΒΓ

iii) την εξίσωση του ύψους ΑΔ του τριγώνου ΑΒΓ

iv) Το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ.

96. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \begin{cases} 2x+6, \alpha\nu & -5 \le x < -3 \\ \sqrt{9-x^2}, \alpha\nu & -3 \le x \le 3 \end{cases}$.

i) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f .

ii) Να κάνετε τη γραφική παράσταση της f

iii) Να βρείτε το σύνολο τιμών της f

97. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \begin{cases} \frac{3}{2}x+\alpha, & x \le 3 \\ -\frac{3}{2}x+\beta, & x>3 \end{cases}$.

i) Να βρείτε τις τιμές των α και β, αν είναι γνωστό ότι τα σημεία Α(-1,-3) και Β(7,-3) ανήκουν στην γραφική παράσταση της f.

ii) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου που σχηματίζεται από την γραφική παράσταση της f και τον άξονα χ΄χ.

98. Θεωρούμε αριθμητική πρόοδο (α_ν) και τις ευθείες $\varepsilon_1 : y = (\alpha_7 + 5)x + \alpha_{12} - \alpha_{14}$ και $\varepsilon_2 : y = (15 - \alpha_{15})x$.

Οι ευθείες ε_1 και ε_2 είναι παράλληλες και η (ε_1) διέρχεται από το σημείο Κ(3,2).

i) Να αποδείξετε ότι $\alpha_1=-15$ και $\omega=2$

ii) Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου που σχηματίζει η ευθεία ε_1 με τους άξονες.

iii) Έστω $A_1,A_2,\ldots,A_{20}$ τα σημεία της ευθείας (ε_1) με τετμημένες $\alpha_1,\alpha_2,\ldots,\alpha_{20}$ αντίστοιχα .Να βρείτε το άθροισμα των τεταγμένων των παραπάνω σημείων.

Askisopolis