

ΑΡΧΗ 1ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ - Α΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

ΓΡΑΠΤΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Α΄ ΤΑΞΗΣ

ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΚΥΡΙΑΚΗ 31 ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΥ 2016

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ (3)

ΘΕΜΑ Α

A 1. Να αποδείξετε ότι αν x_1 και x_2 οι ρίζες της δευτεροβάθμιας εξίσωσης

$$ax^2 + bx + \gamma = 0, \quad a \neq 0 \quad \text{τότε} \quad x_1 \cdot x_2 = \frac{\gamma}{a}$$

Μονάδες 13

A 2. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Αν $\theta \in \mathbb{R}$, τότε ισχύει $|x| = \theta \Leftrightarrow x = \pm\theta$

β) Για κάθε $x \in \mathbb{R}$ ισχύει ότι: $\left||x| - x\right| + \left||x| + x\right| = |x|$

γ) Αν η εξίσωση $ax^2 + bx + \gamma = 0$, $a \neq 0$ έχει ρίζες αντίθετες τότε $S = 0$

δ) Αν ισχύει $|x + 1| + |x^2 - 1| = 0$, τότε $x = -1$.

ε) Όταν για την εξίσωση $ax^2 + bx + \gamma = 0$, $a \neq 0$ ισχύει $\Delta \geq 0$ τότε η εξίσωση έχει δύο ρίζες άνισες.

στ) Για κάθε $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ ισχύει $\sqrt{\alpha + \beta} = \sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta}$.

Μονάδες 8

A 3. Αν η εξίσωση $(\lambda^3 - 1)x = 2\lambda - 2$ είναι ταυτότητα και η $3\lambda - 2016 = 3x$ είναι αδύνατη η τιμή του λ είναι :

α) -1

β) 2

γ) 0

δ) 1

ε) δεν υπάρχει

Μονάδες 2

A 4. Αν $|x| \leq 1$, η παράσταση $\sqrt{x^2 - 2x + 1} - \sqrt{x^2 + 2x + 1}$ είναι ίση με

α) $-2x$

β) 2

γ) -2

δ) $2x$

ε) $2(x - 1)$

Μονάδες 2

ΤΕΛΟΣ 1ΗΣ ΑΠΟ 3 ΣΕΛΙΔΕΣ

ΑΡΧΗ 2ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ - Α΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

ΘΕΜΑ Β

Δίνονται οι αριθμοί $\kappa = \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{2\sqrt{2}-2} \cdot \sqrt[3]{2\sqrt{2}+2}$ και $\lambda = \sqrt[3]{3^4\sqrt{3\sqrt{3^2}}} \cdot 3^{\frac{1}{2}}$

Β 1. Να βρεθούν οι αριθμοί κ και λ

Μονάδες 5

Β 2. Για $\kappa = 2$ και $\lambda = 3$ να βρεθούν οι τιμές που μπορεί να πάρει το x , ώστε η παράσταση $M = \frac{\sqrt{x^2 + 4x + 4}}{x + \kappa} - \frac{\sqrt{x^2 - 6x + 9}}{x - \lambda}$ να έχει νόημα πραγματικού αριθμού.

Μονάδες 5

Β 3. Αν $-\kappa < x < \lambda$ να αποδείξετε ότι η παράσταση M είναι ανεξάρτητη του x .

Μονάδες 8

Β 4. Να λυθεί η εξίσωση $\sqrt{x^2 - Mx + \frac{M}{2}} = 2x - 7$.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ Γ

Δίνονται αριθμοί α και β για τους οποίους ισχύει:

$$|\alpha + 3| + |-\alpha + 2\beta - 11| = 0$$

Γ 1. Να βρείτε τους αριθμούς α και β

Μονάδες 5

Γ 2. Αν ισχύει $\alpha \leq x \leq \beta$, να απλοποιήσετε την παράσταση

$$A = |x + 3| - |2x - 8| + |x + 4|$$

Μονάδες 10

Γ 3. Αν $|y| \leq 2$ να βρείτε μεταξύ ποιών αριθμών βρίσκεται η παράσταση

$$K = 2x - 3y$$

Μονάδες 10

ΤΕΛΟΣ 2ΗΣ ΑΠΟ 3 ΣΕΛΙΔΕΣ

ΑΡΧΗ 3ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ – Α΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η εξίσωση $x^2 + (2\lambda - 1)x + \lambda - 1 = 0$ (1)

Δ 1. Να αποδείξετε ότι η εξίσωση έχει δύο ρίζες πραγματικές και άνισες για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$

Μονάδες 5

Δ 2. Να βρεθεί η τιμή του $\lambda \in \mathbb{R}$ ώστε οι ρίζες της εξίσωσης (1) να είναι αντίστροφες

Μονάδες 5

Δ 3. Να αποδείξετε ότι $2 \left[(x_1 + x_2)^2 + 1 \right] > 3(x_1 \cdot x_2)^2$ για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$ όπου x_1, x_2 ρίζες της εξίσωσης (1)

Μονάδες 5

Δ 4. Να βρείτε για ποιες τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ η απόσταση των ριζών της εξίσωσης στον άξονα των πραγματικών αριθμών είναι ίση με 1 μονάδα

Μονάδες 5

Δ 5. Για τις τιμές του λ του ερωτήματος Δ4 να βρεθούν οι ρίζες της εξίσωσης

Μονάδες 5

ΟΔΗΓΙΕΣ (για τους εξεταζομένους)

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). **Να μην αντιγράψετε** τα θέματα στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. **Δεν επιτρέπεται να γράψετε** καμιά άλλη σημείωση. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας** σε όλα τα θέματα.
4. Να γράψετε τις απαντήσεις σας **μόνο** με μπλε ή **μόνο** με μαύρο στυλό. Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε μολύβι μόνο για σχέδια, διαγράμματα και πίνακες.
5. Να μη χρησιμοποιήσετε χαρτί μιλιμετρέ.
6. Κάθε απάντηση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
7. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
8. Χρόνος δυνατής αποχώρησης: 11.00 π.μ.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ
ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ

ΤΕΛΟΣ 3ΗΣ ΑΠΟ 3 ΣΕΛΙΔΕΣ