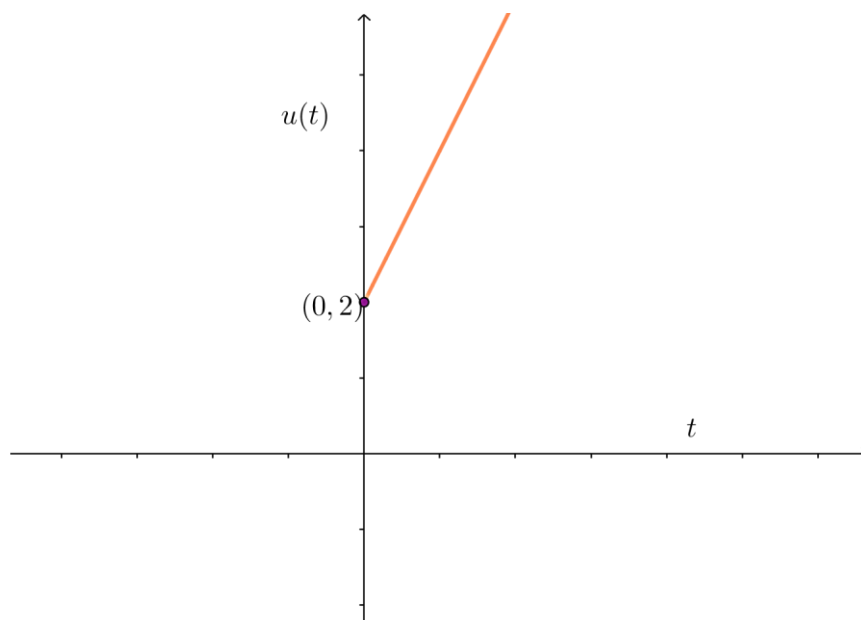


Μαθηματικά Γ Λυκείου Προσανατολισμού Θετικών σπουδών και σπουδών
Οικονομίας και Πληροφορικής

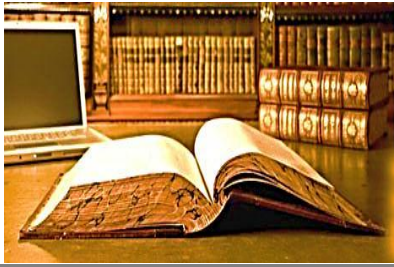
9ο Πρόβλημα

Ένα κινητό κινείται με σταθερή επιτάχυνση 2m/s^2 και στο παρακάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της ταχύτητας του $u(t)$, $t \geq 0$ για κάθε χρονική στιγμή t .



- α) Να βρείτε τον τύπο της συνάρτησης που υπολογίζει την ταχύτητα του κινητού σε κάθε χρονική στιγμή t .
- β) Να βρείτε τον τύπο της συνάρτησης που υπολογίζει το διάστημα S του κινητού ως συνάρτηση του χρόνου t αν είναι γνωστό ότι η αρχική του θέση είναι 1m από την αρχή των αξόνων.
- γ) Να σχεδιάσετε την τροχιά του κινητού $S(t)$ και να βρείτε το πλησιέστερο σημείο K της τροχιάς του κινητού με τον άξονα των x
- δ) Έστω $M(t, S(t))$, $t > 0$ ένα τυχαίο σημείο της τροχιάς του κινητού και M' η προβολή του πάνω στον άξονα $y'y$. Να δείξετε ότι καθώς το εμβαδόν του τριγώνου KMM' δεν έχει μέγιστη τιμή.

Η ΛΥΣΗ ΘΑ ΔΟΘΕΙ ΜΕ ΤΗΝ ΑΝΑΡΤΗΣΗ ΤΟΥ ΔΕΚΑΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ ΤΗΣ ΝΕΑΣ ΣΕΙΡΑΣ "ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΤΗΣ ΕΒΔΟΜΑΔΑΣ"



Λύση 8ου Προβλήματος

α) Το πλοίο κινείται αποκλειστικά σε ελληνικά χωρικά ύδατα όταν κινείται στο πρώτο τεταρτημόριο. Αφού $x > 0$, το πλοίο δεν βρίσκεται επι των χωρικών υδάτων της Αιγύπτου, διότι δεν τέμνει τον άξονα $y'y$. Για να μην τέμνει τα χωρικά ύδατα της Τουρκίας πρέπει η τροχιά του να βρίσκεται πάνω από τον άξονα $x'x$ δηλαδή πρέπει $ax^2 - 4x + 1 > 0 \Leftrightarrow \Delta < 0 \Leftrightarrow 16 - 4a < 0 \Leftrightarrow a > 4$.

β) Αφού $x > 0$, το πλοίο δεν βρίσκεται επί των χωρικών υδάτων της Αιγύπτου, διότι δεν τέμνει τον άξονα $y'y$. Για να βρεθεί στο σύνορο των τουρκικών χωρικών υδάτων πρέπει να τέμνει σε ένα σημείο τον άξονα $x'x$ δηλαδή $\Delta = 0 \Leftrightarrow a = 4$, η οποία απορρίπτεται διότι το πλοίο απαγορεύεται να ακουμπήσει στα σύνορα.

γ) Επειδή $a \in \mathbb{N}$ και $a > 4$ προκύπτει ότι $a = 5$. Για $a = 5$ έχουμε ότι $y = 5x^2 - 4x + 1 \Leftrightarrow y(t) = 5x^2(t) - 4x(t) + 1$. Η απομάκρυνση από τα χωρικά ύδατα της Τουρκίας υπολογίζεται από την τεταγμένη $y(t)$ και η απομάκρυνση από τα χωρικά ύδατα της Αιγύπτου υπολογίζεται από την τεταγμένη $x(t)$, άρα τη συγκεκριμένη στιγμή έχουμε $y'(t_0) = 6x'(t_0)$.

$$y = 5x^2 - 4x + 1 \Leftrightarrow y(t) = 5x^2(t) - 4x(t) + 1 \Leftrightarrow y'(t) = 10x(t)x'(t) - 4x'(t) \Leftrightarrow$$
$$\stackrel{t=t_0}{\Leftrightarrow} y'(t_0) = 10x(t_0)x'(t_0) - 4x'(t_0) \Leftrightarrow 6x'(t_0) = 10x(t_0)x'(t_0) - 4x'(t_0)$$
$$6 = 10x(t_0) - 4 \Leftrightarrow x(t_0) = 1. \text{ Άρα } y(t_0) = 5x^2(t_0) - 4x(t_0) + 1 = 5 \cdot 1^2 - 4 \cdot 1 + 1 = 2$$

Άρα το σημείο είναι το $M(1,2)$

δ) Το κοντινότερο σημείο στα χωρικά ύδατα της Τουρκίας είναι η κορυφή της παραβολής $K\left(-\frac{\beta}{2\alpha}, -\frac{\Delta}{4\alpha}\right) \Leftrightarrow K\left(\frac{2}{\alpha}, 1 - \frac{4}{\alpha}\right)$

Θέτουμε $x = \frac{2}{\alpha}$ και $y = 1 - \frac{4}{\alpha}$ άρα $y = -2x + 1$