Φύλλο εργασίας — Βακτήρια! Βακτήρια παντού!

8 Απριλίου 2019

Σε αρκετές τις ερωτήσεις που ακολουθούν, θα χρειαστεί να χρησιμοποιήσετε το εργαλείο δυναμικής γεωμετρίας GeoGebra ή όποιο άλλο εργαλείο δυναμικής γεωμετρίας σας είναι πιο οικείο.

Το βακτήριο Escherichia coli (για συντομία, συστήνεται και ως E. coli), είναι ένα εντεροβακτήριο που συγκατοικεί μαζί με εμάς στο παχύ έντερο, κυρίως. Να σημειωθεί πως είναι από τους πρώτους μας συντρόφους στη ζωή, μιας και οι πρώτες αποικίες της E. coli εμφανίζονται στον ανθρώπινο οργανισμό περίπου 40 ώρες μετά τη γέννησή του, μαζί με την πρώτη τροφή/νερό που προσλαμβάνει το βράφος από το περιβάλλον του. Γενικά είναι φιλικό και συμπαθητικό βακτήριο[1], που διπλασιάζεται περίπου κάθε 20 λεπτά. Έτσι, αν αρχικά έχουμε ένα βακτήριο, σε 20 λεπτά θα έχουμε 2, σε 40 λεπτά θα έχουμε 4 κ.ο.κ..

1. Αν στις 4 το απόγευμα έχουμε σε ένα τρυβλίο καλλιέργιας Πέτρι μία E. coli, πόσες θα έχουμε μετά από: (α′) 80 λεπτά; (β′) 2 ώρες; (γ′) 5 ώρες; (δ′) 12 ώρες; (ε′) t ώρες;

2. Από τις γραφικές παραστάσεις που φαίνονται στο σχήμα 1, ποια θεωρείται ότι αναπαριστά καλύτερα την αύξηση του πληθυσμού μίας αποικίας που ξεκινά από ένα βακτήριο, θεωρώντας, για ευκολία, ότι η E. coli διπλασιάζεται ακριβώς κάθε 20 λεπτά; Αιτιολογήστε αναλυτικά την απάντησή σας.

   Σημειώσεις

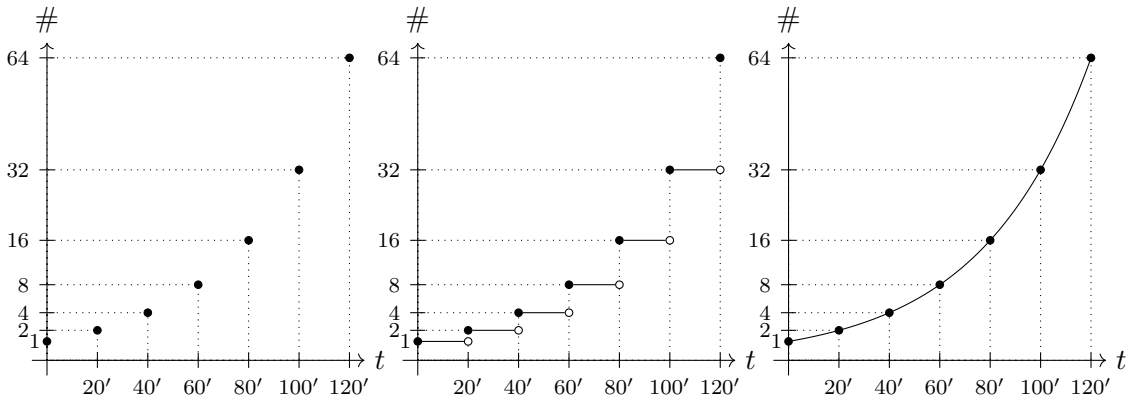
   _____
   _____
   _____
   _____
   _____

3. Αν υποθέσουμε ότι έχουμε έναν αρχικό πληθυσμό ενός δισεκατομμυρίου (10^9) βακτηρίων, το οποία βρίσκονται, προφανώς, σε διαφορετικές φάσεις (άλλα μόλις διπλασιάστηκαν, άλλα διπλασιάζονται τώρα και άλλα είναι σε κάποιο ενδιάμεσο σημείο του κύκλου διπλασιασμού τους), ποια από τις τρεις γραφικές παραστάσεις που φαίνονται στο σχήμα 1 πιστεύετε ότι περιγράφει καλύτερα την αύξηση του πληθυσμού της αποικίας; Αιτιολογήστε αναλυτικά την απάντησή σας και συκγρίνετέ την με την προηγούμενη.

   Σημειώσεις

   _____
   _____
   _____
   _____

[1] Για περισσότερα: `https://en.wikipedia.org/wiki/Escherichia_coli`.



(α′) Πρώτη επιλογή (β′) Δεύτερη επιλογή (γ′) Τρίτη επιλογή

Σχήμα 1: Οι τρεις γραφικές παραστάσεις.

4. Μετά από πόση ώρα, τα βακτήρια της παραπάνω αποικίας θα είναι: (α′) 2 δισεκατομμύρια; (β′) 4 δισεκατομμύρια; (γ′) 16 δισεκατομμύρια;

5. Μετά από πόση ώρα τα βακτήρια της αποικίας θα είναι 3 δισεκατομμύρια; *Ίσως σας φανεί χρήσιμο το ερώτημα 3 και η απάντησή σας σε αυτό.*

6. Μπορείτε, με βάση το προηγούμενο ερώτημα, να εξηγήσετε πώς θα βρίσκατε μετά από πόση ώρα ο πληθυσμός των βακτηρίων θα έχει πενταπλασιαστεί; Ανάλογα, πότε θα έχουμε 6 δισεκατομμύρια βακτήρια στο τρυβλίο;

7. Μπορείτε να γενικεύσετε τα προηγούμενα, έτσι ώστε να βρείτε ποια χρονική στιγμή ο πληθυσμός των βακτηρίων στο τρυβλίο θα είναι ίσος με p, για κάποιο $p > 1$; Ερμηνεύστε και γραφικά την παραπάνω γενίκευση.

8. Με τις υποθέσεις που έχουμε κάνει ως τώρα, είναι η χρονική στιγμή t κατά την οποία στο τρυβλίο έχουμε p βακτήρια συνάρτηση του p; Αν είναι, μπορείτε να σχεδιάσετε τη γραφική της παράσταση και να βρείτε τη σχέση της με τη γραφική παράσταση του πληθυσμού p ως συνάρτηση του χρόνου; *Θα σας φανεί χρήσιμο το GeoGebra και, ιδιαίτερα, η δυνατότητα να βλέπετε το ίχνος ενός σημείου καθώς κινείται. Επίσης, οι εντολές* `x(A)` *και* `y(A)` *σας δίνουν την τετμημένη x και την τεταγμένη y ενός σημείου $A(x, y)$, πράγμα που μπορεί να σας φανεί χρήσιμο.*

9. Για τη συνάρτηση που σχεδιάσατε προηγουμένως, τι έχετε να παρατηρήσετε σε σχέση με την μονοτονία της, το πεδίο ορισμού της και το σύνολο τιμών της; Πώς μπορείτε να ερμηνεύσετε τα ευρήματά σας;