

ΩΡΙΑΙΟ ΤΕΣΤ
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ
Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ

Έστω μια συνάρτηση f , η οποία είναι συνεχής στο \mathbb{R} . Αν ισχύει: $9f^2(x) - 6xf(x) = 9$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$,

A) Αν $h(x) = 3f(x) - x$, να αποδείξετε ότι η g διατηρεί σταθερό πρόσημο στο \mathbb{R} .

(μονάδες 20)

B) Αν $f(4) = -\frac{1}{3}$,

α) να δείξετε ότι $f(x) = \frac{x - \sqrt{x^2 + 9}}{3}$

(μονάδες 20)

β) να βρείτε τα όρια :

i) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

ii) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

iii) $\lim_{x \rightarrow 0} (f(x) + 1) \eta \mu \frac{1}{f(x) + 1}$

(μονάδες 30)

γ) να δείξετε ότι η εξίσωση $f(x) = -2015$ έχει μία ακριβώς ρίζα στο \mathbb{R} .

(μονάδες 15)

δ) να δείξετε ότι η εξίσωση $f(x) = \frac{f(1) + f(2) + f(3) + f(4)}{4}$ έχει μία ακριβώς ρίζα στο $(1,4)$

(μονάδες 15)