

## ΤΕΣΤ ΣΤΙΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ(1)

### Θέμα 1

α) Πότε μία συνάρτηση παρουσιάζει μέγιστο σε ένα σημείο  $x_0$  πεδίου ορισμού της;

**Μονάδες 20**

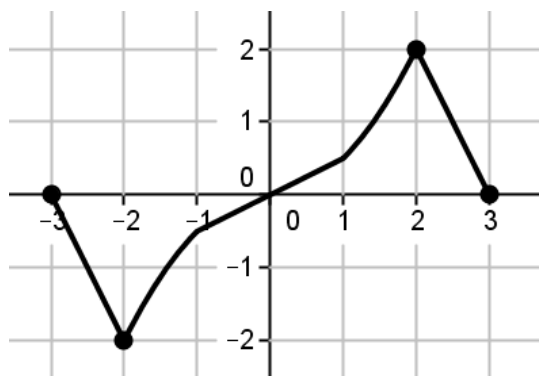
β) Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

- i) Η γραφική παράσταση μιας άρτιας συνάρτησης έχει άξονα συμμετρίας τον άξονα  $y'y$ .
- ii) Όταν υπάρχουν σημεία  $M(x_1, f(x_1)), N(x_2, f(x_2))$  της γραφικής παράστασης της  $f$  με  $x_1 < x_2$  και  $f(x_1) > f(x_2)$ , τότε η συνάρτηση  $f$  δεν μπορεί να είναι γνησίως αύξουσα στο πεδίο ορισμού της.
- iii) Η συνάρτηση  $f$  με πεδίο ορισμού το  $(-2,1)$  και για την οποία ισχύει  $f(-x) = f(x)$  για κάθε  $x \in (-2,1)$  είναι άρτια.
- iv) Η συνάρτηση  $f(x) = -5x + 3$  είναι γνησίως αύξουσα στο  $\mathbb{R}$ .
- v) Μία γνησίως μονότονη συνάρτηση είναι άρτια συνάρτηση..

**Μονάδες 10**

### Θέμα 2.

Δίνεται η συνάρτηση  $f$  της οποίας η γραφική παράσταση φαίνεται παρακάτω:



- α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της.
- β) Να βρείτε το σύνολο τιμών της.
- γ) Να αναφέρετε τα διαστήματα στα οποία είναι γνησίως μονότονη
- δ) Ποιες είναι οι θέσεις των ακροτάτων τους και ποια τα ακρότατα(αν υπάρχουν).
- ε) Η συνάρτηση  $f$  είναι άρτια ή περιττή .Δικαιολογήσετε την απάντησή σας

**Μονάδες 50**

### Θέμα 3.

α) Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \frac{x|x| + x^3}{x^2 - 4}$

- i) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της.
- ii) Να εξετάσετε αν η συνάρτηση  $f$  είναι άρτια ή περιττή .

**Μονάδες 20**

## Λύσεις

### Θέμα 1

- α) Θεωρία
- β) ΣΣΛΛΛ

### Θέμα 2.

α)  $A_f = [-3, 3]$  .

β)  $f(A) = [-2, 2]$

γ) Η  $f$  είναι γνησίως φθίνουσα στα διαστήματα  $[-3, -2]$ ,  $[2, 3]$  και γνησίως αύξουσα στο διάστημα  $[-2, 2]$ .

δ) Παρουσιάζει ελάχιστο στο  $-2$  το  $f(-2) = -2$  και μέγιστο στο  $2$  το  $f(2) = 2$ .

ε) Η συνάρτηση  $f$  είναι περιττή γιατί έχει κέντρο συμμετρίας την αρχή των αξόνων.

### Θέμα 3.

α) i) πρέπει  $x^2 - 4 \neq 0 \Leftrightarrow x^2 \neq 4 \Leftrightarrow x \neq \pm 2$  ,οπότε

$$A_f = (-\infty, -2) \cup (-2, 2) \cup (2, +\infty) .$$

ii) Για κάθε  $x \in A_f, -x \in A_f$  .

$$f(-x) = \frac{-x|-x| + (-x)^3}{(-x)^2 - 4} = \frac{-x|x| - x^3}{x^2 - 4} = -f(x) \text{ οπότε η } f \text{ είναι περιττή συνάρτηση.}$$

## ΤΕΣΤ ΣΤΙΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ(2)

### Θέμα 1

α) Πότε μία συνάρτηση παρουσιάζει ελάχιστο σε ένα σημείο  $x_0$  πεδίου ορισμού της;

**Μονάδες 20**

β) Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

i) Η γραφική παράσταση μιας άρτιας συνάρτησης έχει κέντρο συμμετρίας την αρχή των αξόνων.

ii) Όταν υπάρχουν σημεία  $M(x_1, f(x_1)), N(x_2, f(x_2))$  της γραφικής παράστασης της  $f$  με  $x_1 < x_2$  και  $f(x_1) < f(x_2)$ , τότε η συνάρτηση  $f$  δεν μπορεί να είναι γνησίως φθίνουσα στο πεδίο ορισμού της.

iii) Η συνάρτηση  $f$  με πεδίο ορισμού το  $(-3, 3)$  και για την οποία ισχύει  $f(-x) = -f(x)$  για κάθε  $x \in (2, 3)$  είναι περιττή.

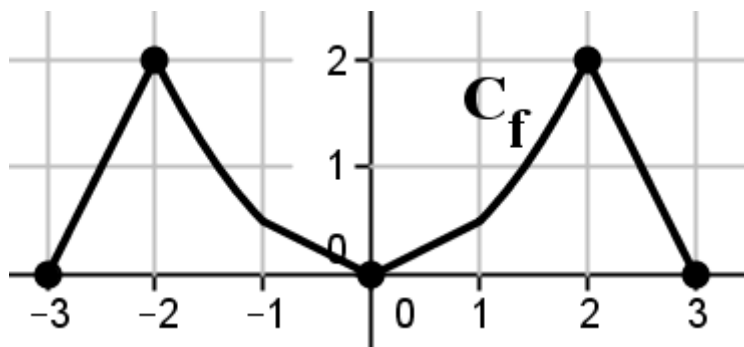
iv) Η συνάρτηση  $f(x) = 3x + 5$  είναι γνησίως φθίνουσα στο  $\mathbb{R}$ .

v) Μία άρτια συνάρτηση είναι γνησίως μονότονη.

**Μονάδες 10**

### Θέμα 2.

Δίνεται η συνάρτηση  $f$  της οποίας η γραφική παράσταση φαίνεται παρακάτω:



α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της.

β) Να βρείτε το σύνολο τιμών της.

γ) Να αναφέρετε τα διαστήματα στα οποία είναι γνησίως μονότονη

δ) Ποιες είναι οι θέσεις των ακροτάτων τους και ποια τα ακρότατα (αν υπάρχουν).

ε) Η συνάρτηση  $f$  είναι άρτια ή περιττή. Δικαιολογήστε την απάντησή σας

**Μονάδες 50**

### Θέμα 3.

α) Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \frac{x^2|x| + x^4}{25 - x^2}$

i) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της.

ii) Να εξετάσετε αν η συνάρτηση  $f$  είναι άρτια ή περιττή.

**Μονάδες 20**

### Θέμα 1

- α) Θεωρία
- β) ΛΣΣΛΛ

### Θέμα 2.

α)  $A_f = [-3, 3]$  .

β)  $f(A) = [0, 2]$

γ) Η  $f$  είναι γνησίως φθίνουσα στα διαστήματα  $[-2, 0], [2, 3]$  και γνησίως αύξουσα στα διαστήματα  $[-3, -2], [0, 2]$  .

δ) Παρουσιάζει ελάχιστο στα  $-3, 0, 3$  το  $f(-3) = f(0) = f(3) = 0$  και μέγιστο στα  $-2, 2$  το  $f(-2) = f(2) = 2$  .

ε) Η συνάρτηση  $f$  είναι άρτια γιατί έχει άξονα συμμετρίας τον  $y$  .

### Θέμα 3.

α) i) πρέπει  $25 - x^2 \neq 0 \Leftrightarrow x^2 \neq 25 \Leftrightarrow x \neq \pm 5$  , οπότε

$$A_f = (-\infty, -5) \cup (-5, 5) \cup (5, +\infty) .$$

ii) Για κάθε  $x \in A_f, -x \in A_f$  .

$$f(-x) = \frac{(-x)^2 |-x| + (-x)^4}{25 - (-x)^2} = \frac{x^2 |x| + x^4}{25 - x^2} = f(x) \text{ οπότε η } f \text{ είναι άρτια συνάρτηση.}$$