14ο Λύκειο Περιστερίου

Διαγώνισμα Τριγωνομετρικές ταυτότητες και αναγωγή στο 1ο τεταρτημόριο

Ομάδα: Α

ΘΕΜΑ 1ο

Να συμπληρώσετε τον πίνακα :

Γωνία ω	ημω	συνω	εφω	σφω
$\frac{5\pi}{3}$				
$\frac{5\pi}{4}$				
150°				
45°				

Μονάδες 30

ΘΕΜΑ 2ο

Να αποδείξετε ότι : $\dfrac{\sigma\upsilon\nu(7\pi+\omega)\cdot\eta\mu(5\pi+\omega)\cdot\sigma\upsilon\nu\left(\frac{5\pi}{2}+\omega\right)}{\sigma\upsilon\nu(-\omega)\cdot\varepsilon\varphi\left(\frac{11\pi}{2}+\omega\right)\varepsilon\varphi(7\pi-\omega)}=\sigma\upsilon\nu^2\omega-1$.

Μονάδες 30

ΘΕΜΑ 3ο

Αν $\sigma\upsilon\nu x=-\frac{5}{13}$ και $x\in\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$,

α) να δείξετε ότι $\eta\mu x=\frac{12}{13}$

β) να αποδείξετε ότι $\dfrac{\eta\mu x}{1+\sigma\upsilon\nu x}+\dfrac{1+\sigma\upsilon\nu x}{\eta\mu x}=\dfrac{13}{6}$

Μονάδες 40

Λύσεις

ΘΕΜΑ 1ο

Γωνία ω	ημω	συνω	εφω	σφω
$\frac{5\pi}{3}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\sqrt{3}$	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$
$\frac{5\pi}{4}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	1	1
150°	$\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	$-\sqrt{3}$
45°	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1	1

ΘΕΜΑ 2ο

$$\frac{\sigma\upsilon\nu(7\pi+\omega)\cdot\eta\mu(5\pi+\omega)\cdot\sigma\upsilon\nu\left(\frac{5\pi}{2}+\omega\right)}{\sigma\upsilon\nu(-\omega)\cdot\varepsilon\varphi\left(\frac{11\pi}{2}+\omega\right)\varepsilon\varphi(7\pi-\omega)}=\frac{\sigma\upsilon\nu(2\cdot3\pi+\pi+\omega)\cdot\eta\mu(2\cdot2\pi+\pi+\omega)\cdot\sigma\upsilon\nu\left(2\pi+\frac{\pi}{2}+\omega\right)}{\sigma\upsilon\nu\omega\cdot\varepsilon\varphi\left(4\pi+\frac{3\pi}{2}+\omega\right)\varepsilon\varphi(3\cdot2\pi+\pi-\omega)}=$$

$$\frac{\sigma\upsilon\nu(\pi+\omega)\cdot\eta\mu(\pi+\omega)\cdot\sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi}{2}+\omega\right)}{\sigma\upsilon\nu\omega\cdot\varepsilon\varphi\left(\frac{3\pi}{2}+\omega\right)\varepsilon\varphi(\pi-\omega)}=\frac{-\cancel{\sigma\upsilon\nu\omega}\cdot(-\eta\mu\omega)\cdot\sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi}{2}-(-\omega)\right)}{\cancel{\sigma\upsilon\nu\omega}\cdot\varepsilon\varphi\left(\pi+\frac{\pi}{2}+\omega\right)(-\varepsilon\varphi\omega)}=$$

$$\frac{\eta\mu\omega\cdot\eta\mu(-\omega)}{\varepsilon\varphi\left(\frac{\pi}{2}+\omega\right)(-\varepsilon\varphi\omega)}=\frac{-\eta\mu\omega\cdot\eta\mu\omega}{\varepsilon\varphi\left(\frac{\pi}{2}-(-\omega)\right)(-\varepsilon\varphi\omega)}=\frac{-\eta\mu^2\omega}{\sigma\varphi(-\omega)\cdot(-\varepsilon\varphi\omega)}=$$

$$\frac{-\eta\mu^2\omega}{(-\sigma\varphi\omega)\cdot(-\varepsilon\varphi\omega)}=-\eta\mu^2\omega=-(1-\sigma\upsilon\nu^2\omega)=-1+\sigma\upsilon\nu^2\omega=\sigma\upsilon\nu^2\omega-1$$

ΘΕΜΑ 3ο

α) $\eta\mu^2x=1-\sigma\upsilon\nu^2x=1-\left(-\frac{5}{13}\right)^2=1-\frac{25}{169}=\frac{144}{169}$ οπότε $\eta\mu x=\sqrt{\frac{144}{169}}=\frac{12}{13}$ αφού ημx >0 στο $\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$.

β) $$\frac{\eta\mu x}{1+\sigma\upsilon\nu x}+\frac{1+\sigma\upsilon\nu x}{\eta\mu x}=\frac{\eta\mu^2x+(1+\sigma\upsilon\nu x)^2}{\eta\mu x(1+\sigma\upsilon\nu x)}=\frac{\eta\mu^2x+1+2\sigma\upsilon\nu x+\sigma\upsilon\nu^2x}{\eta\mu x(1+\sigma\upsilon\nu x)}=$$

$$\frac{2+2\sigma\upsilon\nu x}{\eta\mu x(1+\sigma\upsilon\nu x)}=\frac{2\cancel{(1+\sigma\upsilon\nu x)}}{\eta\mu x\cancel{(1+\sigma\upsilon\nu x)}}=\frac{2}{\eta\mu x}=\frac{2}{\frac{12}{13}}=\frac{26}{12}=\frac{13}{6}$$

14ο Λύκειο Περιστερίου

Διαγώνισμα Τριγωνομετρικές ταυτότητες και αναγωγή στο 1ο τεταρτημόριο

Ομάδα: Β

ΘΕΜΑ 1ο

Να συμπληρώσετε τον πίνακα :

Γωνία ω	ημω	συνω	εφω	σφω
$\frac{5\pi}{4}$				
$\frac{2\pi}{3}$				
135°				
300°				

Μονάδες 30

ΘΕΜΑ 2ο

Να αποδείξετε ότι : $\dfrac{\sigma\upsilon\nu(13\pi+\omega)\cdot\sigma\upsilon\nu(9\pi-\omega)\cdot\sigma\upsilon\nu\left(\frac{9\pi}{2}+\omega\right)}{\eta\mu(\pi-\omega)\cdot\varepsilon\varphi\left(\frac{7\pi}{2}+\omega\right)\varepsilon\varphi(3\pi-\omega)}=\eta\mu^2\omega-1$.

Μονάδες 30

ΘΕΜΑ 3ο

Αν $\eta\mu x=-\frac{3}{5}$ και $x\in\left(\frac{3\pi}{2},2\pi\right)$,

α) να δείξετε ότι $\sigma\upsilon\nu x=\frac{4}{5}$.

β) να αποδείξετε ότι $\dfrac{\sigma\upsilon\nu x}{1-\eta\mu x}+\dfrac{\sigma\upsilon\nu x}{1+\eta\mu x}=\dfrac{5}{2}$

Μονάδες 40

14ο Λύκειο Περιστερίου

Λύσεις

ΘΕΜΑ 1ο

Γωνία ω	ημω	συνω	εφω	σφω
$\frac{5\pi}{4}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	1	1
$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\sqrt{3}$	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$
135°	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	-1	-1
300°	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\sqrt{3}$	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$

ΘΕΜΑ 2ο

$$\frac{\sigma\upsilon\nu(13\pi+\omega)\cdot\sigma\upsilon\nu(9\pi-\omega)\cdot\sigma\upsilon\nu\left(\frac{9\pi}{2}+\omega\right)}{\eta\mu(\pi-\omega)\cdot\varepsilon\varphi\left(\frac{7\pi}{2}+\omega\right)\varepsilon\varphi(3\pi-\omega)}=\frac{\sigma\upsilon\nu(2\cdot6\pi+\pi+\omega)\cdot\sigma\upsilon\nu(2\cdot4\pi+\pi-\omega)\cdot\sigma\upsilon\nu\left(4\pi+\frac{\pi}{2}+\omega\right)}{\eta\mu\omega\cdot\varepsilon\varphi\left(2\pi+\frac{3\pi}{2}+\omega\right)\varepsilon\varphi(2\pi+\pi-\omega)}=$$

$$\frac{\sigma\upsilon\nu(\pi+\omega)\cdot\sigma\upsilon\nu(\pi-\omega)\cdot\sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi}{2}+\omega\right)}{\eta\mu\omega\cdot\varepsilon\varphi\left(\frac{3\pi}{2}+\omega\right)\varepsilon\varphi(\pi-\omega)}=\frac{-\sigma\upsilon\nu\omega\cdot(-\sigma\upsilon\nu\omega)\cdot\sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi}{2}-(-\omega)\right)}{\eta\mu\omega\cdot\varepsilon\varphi\left(\pi+\frac{\pi}{2}+\omega\right)(-\varepsilon\varphi\omega)}=$$

$$\frac{-\sigma\upsilon\nu\omega\cdot(-\sigma\upsilon\nu\omega)\cdot\eta\mu(-\omega)}{\eta\mu\omega\cdot\varepsilon\varphi\left(\frac{\pi}{2}+\omega\right)(-\varepsilon\varphi\omega)}=\frac{\sigma\upsilon\nu^2\omega\cdot\cancel{(-\eta\mu\omega)}}{\cancel{\eta\mu\omega}\cdot\varepsilon\varphi\left(\frac{\pi}{2}-(-\omega)\right)(-\varepsilon\varphi\omega)}=\frac{-\sigma\upsilon\nu^2\omega}{\sigma\varphi(-\omega)\cdot(-\varepsilon\varphi\omega)}=$$

$$\frac{-\sigma\upsilon\nu^2\omega}{(-\sigma\varphi\omega)\cdot(-\varepsilon\varphi\omega)}=-\sigma\upsilon\nu^2\omega=-(1-\eta\mu^2\omega)=-1+\eta\mu^2\omega=\eta\mu^2\omega-1$$

ΘΕΜΑ 3ο

Αν $\eta\mu x=-\frac{3}{5}$ και $x\in\left(\frac{3\pi}{2},2\pi\right)$,

α) $\sigma\upsilon\nu^2x=1-\eta\mu^2x=1-\left(\frac{-3}{5}\right)^2=1-\frac{9}{25}=\frac{16}{25}$ οπότε $\sigma\upsilon\nu x=\sqrt{\frac{16}{25}}=\frac{4}{5}$ αφού $\sigma\upsilon\nu x>0$ στο $\left(\frac{3\pi}{2},2\pi\right)$.

β) $$\frac{\sigma\upsilon\nu x}{1-\eta\mu x}+\frac{\sigma\upsilon\nu x}{1+\eta\mu x}=\frac{\sigma\upsilon\nu x(1+\eta\mu x)+\sigma\upsilon\nu x(1-\eta\mu x)}{(1-\eta\mu x)(1+\eta\mu x)}=\frac{\sigma\upsilon\nu x\left(1+\cancel{\eta\mu x}+1\cancel{-\eta\mu x}\right)}{1-\eta\mu^2x}=$$

$$\frac{2\cancel{\sigma\upsilon\nu x}}{\sigma\upsilon\nu^{\cancel{2}}x}=\frac{2}{\sigma\upsilon\nu x}=\frac{2}{\frac{4}{5}}=\frac{10}{4}=\frac{5}{2}$$