ΤΕΣΤ ΣΤΟΝ ΚΥΚΛΟ

Θέμα 1ο

Α) Να αντιστοιχίσετε κάθε ζεύγος κύκλων της πρώτης στήλης με την αντίστοιχη φράση στη δεύτερη στήλη.

Στήλη Α	Στήλη Β
α) Κύκλοι $(K_1,2),(K_2,3)$ με $(K_1K_2)=5$ **β)** Κύκλοι $(K_1,2),(K_2,3)$ με $(K_1K_2)=2,5$ **γ)** Κύκλοι $(K_1,2),(K_2,3)$ με $(K_1K_2)=1$	**1.**Ο κύκλος $(K_1,2)$ εσωτερικός του του κύκλου$(K_2,3)$. **2.** Οι κύκλοι εφάπτονται εξωτερικά. **3.** Ο κύκλος $(K_1,2)$ εφάπτεται εσωτερικά του κύκλου$(K_2,3)$. **4**.Οι κύκλοι τέμνονται. **5.**Κάθε κύκλος είναι εξωτερικός του άλλου.

(15 μονάδες)

Β)Να αποδείξετε ότι τα εφαπτόμενα τμήματα κύκλου που άγονται από σημείο εκτός αυτού είναι ίσα μεταξύ τους.

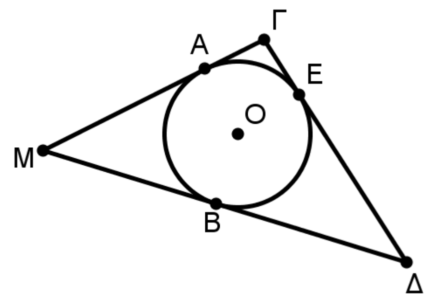
(15 μονάδες)

Θέμα 2ο

Από εξωτερικό σημείο Μ του κύκλου (O,R) φέρουμε τα εφαπτόμενα τμήματα ΜΑ και ΜΒ. Μια τρίτη εφαπτομένη στο σημείο Ε του κύκλου τέμνει τις προεκτάσεις των ΜΑ και ΜΒ στα σημεία Γ και Δ αντίστοιχα.

α) Να δείξετε ότι $ΓΔ = ΓΑ + ΒΔ$.

β) Να δείξετε ότι η περίμετρος Π του τριγώνου ΜΓΔ είναι : $Π = 2ΜΒ + 2ΓΔ$.



(40 μονάδες)

Θέμα 3ο

Από σημείο Ρ εξωτερικό του κύκλου (Ο ,ρ) φέρουμε τα εφαπτόμενα τμήματα ΡΑ και ΡΒ. Προεκτείνουμε το ΟΑ κατά ίσο τμήμα ΑΕ και το ΟΒ κατά ίσο τμήμα ΒΖ.

α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΖΡΟ και ΟΡΕ είναι ισοσκελή.

β) Να αποδείξετε ότι $E\hat{P}A = Z\hat{P}B$.

γ) Να αποδείξετε ότι $E\hat{P}Z = 4A\hat{P}E$.

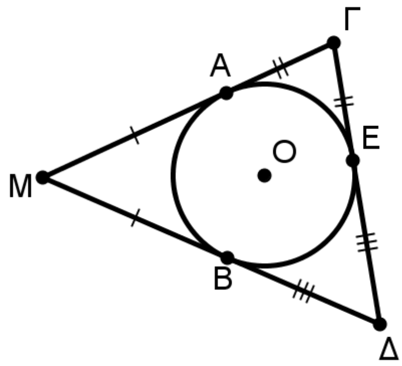
(30 μονάδες)

Θέμα 1ο

Α) α-2,β-4,γ-3

Β) Θεωρία

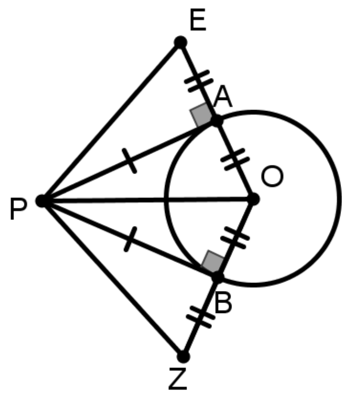
Θέμα 2ο



α) $\Gamma\Delta = \Gamma E + E\Delta = \Gamma A + B\Delta$ $(\Gamma A = \Gamma E, \Delta B = \Delta E$ σαν εφαπτόμενα τμήματα του κύκλου από τα σημεία Γ,Δ .

β) $\Pi = M\Gamma + \Gamma\Delta + \Delta M = MA + A\Gamma + \Gamma\Delta + MB + B\Delta =$ $MA + \Gamma\Delta + \Gamma\Delta + MB = 2MB + 2\Gamma\Delta$.
MA=MB σαν εφαπτόμενα τμήματα του κύκλου από το Μ.

Θέμα 3ο



α) ΡΑ,ΡΒ μεσοκάθετοι των ΟΕ,ΟΖ αντίστοιχα.
Άρα ΡΟ=ΡΕ=ΡΖ οπότε τα τρίγωνα ΖΡΟ και ΟΡΕ είναι ισοσκελή.

β) Τα τρίγωνα ΖΡΟ και ΟΡΕ είναι ισοσκελή οπότε ΡΑ,ΡΒ διχοτόμοι των γωνιών $E\hat{P}O, O\hat{P}Z$ αντίστοιχα.
Άρα $B\hat{P}Z = O\hat{P}B$ (1) και $E\hat{P}A = O\hat{P}A$ (2) .
ΡΟ διακεντρική ευθεία άρα $O\hat{P}B = O\hat{P}A$ (3).
Από (1),(2),(3) έχουμε $E\hat{P}A = Z\hat{P}B$.

γ) $E\hat{P}Z = E\hat{P}A + A\hat{P}O + O\hat{P}B + B\hat{P}Z \overset{(1),(2),(3)}{=} 4B\hat{P}Z$.

<u>ΤΕΣΤ ΣΤΟΝ ΚΥΚΛΟ</u>

Θέμα 1ο

Α) Να αντιστοιχίσετε κάθε ζεύγος κύκλων της πρώτης στήλης με την αντίστοιχη φράση στη δεύτερη στήλη.

Στήλη Α	Στήλη Β
α) Κύκλοι $(\mathrm{K}_1,2),(\mathrm{K}_2,3)$ με $(\mathrm{K}_1\mathrm{K}_2)=2{,}5$ **β)** Κύκλοι $(\mathrm{K}_1,2),(\mathrm{K}_2,3)$ με $(\mathrm{K}_1\mathrm{K}_2)=1$ **γ)** Κύκλοι $(\mathrm{K}_1,2),(\mathrm{K}_2,3)$ με $(\mathrm{K}_1\mathrm{K}_2)=0{,}5$	**1.**Ο κύκλος $(\mathrm{K}_1,2)$ εσωτερικός του του κύκλου $(\mathrm{K}_2,3)$. **2.** Οι κύκλοι εφάπτονται εξωτερικά. **3.** Ο κύκλος $(\mathrm{K}_1,2)$ εφάπτεται εσωτερικά του κύκλου $(\mathrm{K}_2,3)$. **4**.Οι κύκλοι τέμνονται. **5.**Κάθε κύκλος είναι εξωτερικός του άλλου.

(15 μονάδες)

Β)Να αποδείξετε ότι τα εφαπτόμενα τμήματα κύκλου που άγονται από σημείο εκτός αυτού είναι ίσα μεταξύ τους.

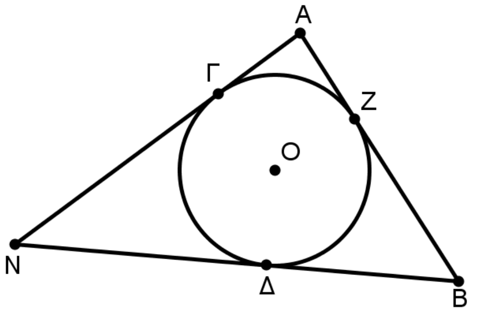
(15 μονάδες)

Θέμα 2ο

Από εξωτερικό σημείο Ν του κύκλου (O,R) φέρουμε τα εφαπτόμενα τμήματα ΝΓ και ΝΔ. Μια τρίτη εφαπτομένη στο σημείο Ζ του κύκλου τέμνει τις προεκτάσεις των ΝΓ και ΝΔ στα σημεία Α και Β αντίστοιχα.

α) Να δείξετε ότι $\mathrm{AB}=\Gamma\mathrm{A}+\mathrm{B}\Delta$.

β) Να δείξετε ότι η περίμετρος Π του τριγώνου ΝΑΒ είναι : $\Pi=2\mathrm{N}\Gamma+2\mathrm{AB}$.



(40 μονάδες)

Θέμα 3ο

Από σημείο Μ εξωτερικό του κύκλου (Ο ,ρ) φέρουμε τα εφαπτόμενα τμήματα ΜΑ και ΜΒ. Προεκτείνουμε το ΟΑ κατά ίσο τμήμα ΑΔ και το ΟΒ κατά ίσο τμήμα ΒΓ.

α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΔΜΟ και ΟΜΓ είναι ισοσκελή.

β) Να αποδείξετε ότι $\Delta\hat{\mathrm{M}}\mathrm{A}=\mathrm{B}\hat{\mathrm{M}}\Gamma$.

γ) Να αποδείξετε ότι $\Delta\hat{\mathrm{M}}\Gamma=4\Gamma\hat{\mathrm{M}}\mathrm{B}$.

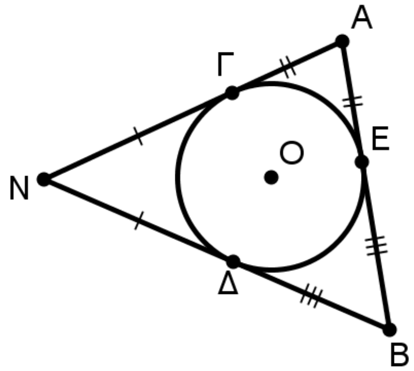
(30 μονάδες)

Θέμα 1ο

A) α-4,β-3,γ-1

B) Θεωρία

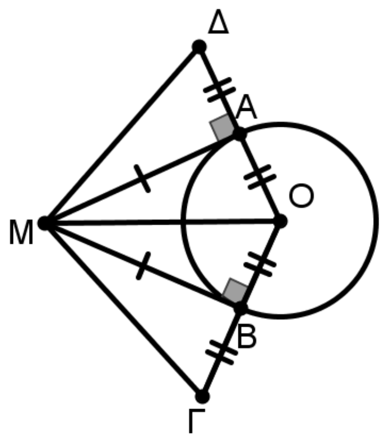
Θέμα 2ο



α) $\mathrm{AB} = \mathrm{AE} + \mathrm{EB} = \Gamma\mathrm{A} + \mathrm{B}\Delta$ $\left(\mathrm{A}\Gamma = \mathrm{AE}, \mathrm{B}\Delta = \mathrm{BE}\right.$ σαν εφαπτόμενα τμήματα του κύκλου από τα σημεία Α,Β .

β) $\Pi = \mathrm{NA} + \mathrm{AB} + \mathrm{BN} = \mathrm{N}\Gamma + \Gamma\mathrm{A} + \mathrm{AB} + \mathrm{N}\Delta + \Delta\mathrm{B} =$
$\mathrm{N}\Gamma + \mathrm{AB} + \mathrm{AB} + \mathrm{N}\Gamma = 2\mathrm{N}\Gamma + 2\Gamma\Delta$.
ΝΓ=ΝΔ σαν εφαπτόμενα τμήματα του κύκλου από το Μ.

Θέμα 3ο



α) ΜΑ,ΜΒ μεσοκάθετοι των ΟΔ,ΟΓ αντίστοιχα.
Άρα ΜΔ=ΜΟ=ΜΓ οπότε τα τρίγωνα ΟΜΔ και ΟΜΓ είναι ισοσκελή.

β) Τα τρίγωνα ΟΜΔ και ΟΜΓ είναι ισοσκελή οπότε ΜΑ,ΜΒ διχοτόμοι των γωνιών $\Delta\hat{\mathrm{M}}\mathrm{O}, \mathrm{O}\hat{\mathrm{M}}\Gamma$ αντίστοιχα.
Άρα $\Delta\hat{\mathrm{M}}\mathrm{A} = \mathrm{A}\hat{\mathrm{M}}\mathrm{O}$ (1) και $\mathrm{O}\hat{\mathrm{M}}\mathrm{B} = \mathrm{B}\hat{\mathrm{M}}\Gamma$ (2) .
ΜΟ διακεντρική ευθεία άρα $\mathrm{O}\hat{\mathrm{M}}\mathrm{B} = \mathrm{O}\hat{\mathrm{M}}\mathrm{A}$ (3).
Από (1),(2),(3) έχουμε $\mathrm{B}\hat{\mathrm{M}}\Gamma = \mathrm{A}\hat{\mathrm{M}}\Delta$.

γ) $\Delta\hat{\mathrm{M}}\Gamma = \Delta\hat{\mathrm{M}}\mathrm{A} + \mathrm{A}\hat{\mathrm{M}}\mathrm{O} + \mathrm{B}\hat{\mathrm{M}}\mathrm{O} + \mathrm{B}\hat{\mathrm{M}}\Gamma \overset{(1),(2),(3)}{=} 4\mathrm{B}\hat{\mathrm{M}}\Gamma$.