

Α' ΛΥΚΕΙΟΥ
Θέματα προαγωγικών εξετάσεων
περιόδου Ιουνίου
στην Άλγεβρα

ΘΕΜΑ 1ο

Δίνεται η εξίσωση $ax^2 + \beta x + \gamma = 0, a \neq 0$

A. Να αποδείξετε ότι $S = x_1 + x_2 = -\frac{\beta}{\alpha}, P = x_1 \cdot x_2 = \frac{\gamma}{\alpha}$ (x_1, x_2 οι ρίζες της εξίσωσης)

15 μονάδες

B. Να σημειώσετε στην κόλλα σας ποιές από τις παρακάτω προτάσεις είναι αληθείς και ποιές είναι ψευδείς .

i) η συνάρτηση $f(x) = 5x^4 - 3|x| + 2$ είναι άρτια

ii) αν $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$ οι ρίζες του τριωνύμου $f(x) = ax^2 + \beta x + \gamma, a \neq 0$ με $x_1 < x_2$ και $\kappa > x_2$ ($\kappa \in \mathbb{R}$), τότε $a \cdot f(\kappa) < 0$

iii) για κάθε $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ ισχύει $|\alpha + \beta| = |\alpha| + |\beta|$

iv) αν $\alpha \cdot \beta > 0$ τότε $\sqrt{\frac{\alpha}{\beta}} = \frac{\sqrt{\alpha}}{\sqrt{\beta}}$

v) η απόσταση των σημείων A(2,3) και B(-1,0) είναι 2

(10 μονάδες)

ΘΕΜΑ 2ο

Δίνεται η περιττή συνάρτηση $f(x)$ με πεδίο ορισμού το $[-5,5]$ και $f(2) = -3$

A) να υπολογίσετε τις τιμές $f(0)$ και $f(-2)$ και να δικαιολογήσετε την απάντησή σας
(13 μονάδες)

B) να αποδείξετε ότι η εξίσωση $[f(-1) + f(1)] \cdot x + f(-2) = f(0)$ είναι αδύνατη
(12 μονάδες)

ΘΕΜΑ 3ο

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 2x^2 - x + 1$.

A) να αποδείξετε ότι $f(x) > 0$ για κάθε πραγματικό x

9 μονάδες

B) να λυθεί η εξίσωση $|-f(x)| - |f(x) - 3x| = 2$

8 μονάδες

Γ) να βρεθεί το πεδίο ορισμού της $g(x) = \frac{f(x)}{\sqrt{1-x}}$

8 μονάδες

ΘΕΜΑ 4ο

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^2 - 2\lambda x + \lambda - 2$.

A) να αποδειχτεί ότι η εξίσωση $f(x) = 0$ έχει δύο ρίζες πραγματικές και άνισες για κάθε πραγματικό λ

8 μονάδες

B) να βρεθούν οι τιμές του πραγματικού λ ώστε να ισχύει $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} = 6$, όπου x_1, x_2 οι ρίζες της εξίσωσης $f(x) = 0$

8 μονάδες

Γ) για $\lambda = 3$ να λυθεί η ανίσωση $\frac{f(x) + 4}{x^2 - 9} \geq 0$

9 μονάδες

-Ο-
Δ/ΝΤΗΣ

-ΟΙ-
ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ