

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΕΠΑΝΑΛΗΨΗΣ

ΔΥΝΑΜΕΙΣ

1. Στις παρακάτω προτάσεις να βάλετε σε κύκλο το σωστό (Σ) ή λάθος (Λ).

- | | | |
|------------------------------------|----------|-----------|
| I) $3^2 = 3 \cdot 2$ | Σ | Λ |
| II) $-2^3 = (-2)^3$ | Σ | Λ |
| III) $7^5 \cdot 7^5 = 49^5$ | Σ | Λ |
| IV) $(-1)^0 = -1$ | Σ | Λ |
| V) $-2^{-2} = \frac{1}{4}$ | Σ | Λ |
| VI) $(2^3)^2 = 2^{3^2}$ | Σ | Λ |
| VII) $\frac{3^8}{3^{-5}} = 3^{-3}$ | Σ | Λ |

2. Αντιστοιχίστε κάθε παράσταση της 1^n στήλης με το αντίστοιχο στη 2^n στήλη:

ΣΤΗΛΗ 1^n	ΣΤΗΛΗ 2^n
$\frac{(\alpha^3)^{-2} \cdot \alpha^{-2}}{(\alpha^3)^{-3}}$	α^2
$[(\alpha^{-3} \cdot \alpha^2) : \alpha^{-1}] : \alpha^{-2}$	α^4
$\left(\frac{\alpha^3}{\beta^2}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{\alpha^2}{\beta^{-3}}\right)^{-3} \cdot (\alpha^2 \beta)^5$	α^3
$(\alpha^3 \cdot \beta^{-2})^0 : \alpha^{-3}$	α^2
	α

3. Να λυθεί η εξίσωση και να δειχθεί ότι η λύση της είναι ακέραιος αριθμός :

$$5^{12}x + 5^{11} + 5^{10} = -19 \cdot 5^{10}$$

4. Να λυθεί η εξίσωση και να δειχθεί ότι η λύση της είναι ένας ακέραιος αριθμός:

$$3^{16} \cdot x + 3^{15} + 3^{14} = -5 \cdot 3^{14}$$

ΡΙΖΕΣ

5. Να απλωποιηθεί η παράσταση : $3\sqrt{75} - 2\sqrt{48} - \sqrt{243} + 3\sqrt{147}$

6. Να γίνουν όλες οι δυνατές πράξεις:

$$A = \left[-2\sqrt{8} \left(\sqrt{6} + \sqrt{12} \right) \right] : \sqrt{3} + \left(\sqrt{20} + \sqrt{40} \right) : \sqrt{5}$$

7. Να μετατρέψετε τις παρακάτω παραστάσεις σε ισοδύναμες με ρητό παρονομαστή και να συμπληρώσετε αυτές στα διπλανά κενά:

I) $\frac{2}{\sqrt{2}} = \dots$

II) $\frac{1}{2\sqrt{2}} = \dots$

III) $\frac{6}{5\sqrt{3}} = \dots$

IV) $\frac{1}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{5}} = \dots$

ΤΑΥΤΟΤΗΤΕΣ

8. Να αντιστοιχίσετε τις ταυτότητες της στήλης (A) με τα αναπτύγματά τους στη στήλη (B).

Στήλη A
(ΤΑΥΤΟΤΗΤΕΣ)

Στήλη B
(ΑΝΑΠΤΥΓΜΑΤΑ)

$$\left(\alpha + \frac{1}{2}\right)^2$$

$$\alpha^3 - 9\alpha^2 + 27\alpha - 27$$

$$(4\alpha + 3\beta)^2$$

$$16\alpha^2 + 9\beta^2 + 24\alpha\beta$$

$$(\alpha - 3)^3$$

$$\alpha^2 + 2\alpha + \frac{1}{4}$$

$$\left(\alpha - \frac{1}{\alpha}\right)^2$$

$$\alpha^3 - 6\alpha^2 + 18\alpha - 9$$

$$\alpha^2 + \alpha + \frac{1}{4}$$

$$16\alpha^2 + 12\alpha\beta + 9\beta^2$$

$$\alpha^2 - 2 + \frac{1}{\alpha^2}$$

9. Να γίνουν οι πράξεις: $8(x-2)^3 - 3(4x+3)^2 - x(x+3)(x-3)$

10. Να αποδειχθεί η ταυτότητα: $(\alpha^3 + 1)^2 - (\alpha^2 + 1)^3 + 3\alpha^2(\alpha + 1)^2 = 8\alpha^3$

11. Να γίνουν οι πράξεις: $(\alpha + 2)^3 + (\alpha - 1)(\alpha + 3)(\alpha - 3) - 2\alpha(3\alpha - 2)^2$

ΠΑΡΑΓΟΝΤΟΠΟΙΗΣΗ

12. Να παραγοντοποιηθούν τα τριώνυμα:

I) $x^2 - 4x + 3$ II) $x^2 + 5x + 4$ III) $x^2 - 3x - 10$

13. Να γίνουν γινόμενο παραγόντων οι παραστάσεις:

I) $9x^2 - 25y^2$	II) $(\alpha - 2\beta)^2 - 4\beta^2$	III) $(4x+2y)^2 - (2x-3y)^2$
IV) $4\alpha x + 3xy^2 - 3\alpha y^2 - 4x^2$	V) $x^3 + x^2 + x + 1$	

14. Να γίνουν οι παραγοντοποιήσεις:

I) $\alpha^3 - 5\alpha^2 - 4\alpha + 20$	II) $\alpha^3 + 3 + 3\alpha^2 + \alpha$
--	---

$$\text{III) } \frac{x^2y^2}{9} - \frac{1}{4} \quad \text{IV) } a^5 - a^4 \cdot a \quad \text{V) } a^4 - a^2(\beta^2 + 1) + \beta^2$$

15. Δίνεται η παράσταση : $A = (4-3x)^2 - (5-3x)(6x+3x) - (4x-2)(4x+2) + 5(x-6)$

- I) Να κάνετε όλες τις πράξεις και τις αναγωγές ομοίων όρων.
- II) Να μετατρέψετε σε γινόμενο το εξαγόμενο που βρήκατε στο (I) ερώτημα σε γινόμενο πρωτοβάθμιων παραγόντων.

16. Να τραπούν σε γινόμενο οι παραστάσεις:

I) $\alpha^3 + \alpha^2\beta - \alpha - \beta$	VI) $3x^3 - 12x$
II) $x^4 + 2x^2y + y^2 - 36$	VII) $x^3 - x^2y - xy^2 + y^3$
III) $(3x-9)(x^2-4) - (6x-18)(2-x)^2$	VIII) $5(4-\alpha^2) - (\alpha-2)^2$
IV) $x^2 - x - 12$	IX) $x^2 - 2xy + y^2 - x + y$
V) $(5\alpha-10)(\alpha^2-1) - (8\alpha-16)(\alpha-1)^2$	

ΡΗΤΕΣ ΠΑΡΑΣΤΑΣΕΙΣ

17. Δίνονται $A = \frac{x^4 + 2x^3 - x^2 - 2x}{x^3 - x}$, $B = \frac{x^3 + x^2 - 6x}{x^2 + 3x}$.

- I) Να απλοποιηθούν τα κλάσματα A, B.
- II) Να υπολογισθεί το $A^2 - B^2$.

18. Να απλοποιηθούν τα κλάσματα:

$$A = \frac{3x^2 - 6x}{2x^2 - 8} \quad B = \frac{9(2x+1)^2 - (4x-1)^2}{4(x^2 + 4x + 4)}$$

19. Να απλοποιηθεί η παράσταση:

$$\left(\frac{1+x}{1-x} - \frac{1-x}{1+x} \right) \cdot x^2 : \left(\frac{1+x}{1-x} - 1 \right) \left(1 - \frac{1}{1+x} \right)$$

20. Να γίνουν οι πράξεις:

$$\text{i. } \frac{a^2 - 6a + 9}{a-3} \cdot \frac{a^2 - 4}{a-2} \cdot \frac{a^2 - a - 6}{a^2 + a} \quad \text{ii. } \left(\frac{2x+3}{x+1} \cdot \frac{2x^2+1}{x^2-1} - 1 \right) : \frac{x^2 - 16}{2x^2 + 1}$$

21. Να γίνουν οι πράξεις:

$$\text{i. } \frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 + 2x + 1} \cdot \frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 - 3x + 2} : \frac{x^2 - 1}{x^2 - 4} \quad \text{ii. } \left(\frac{x^2 + 8}{x^3 - 8} + \frac{1}{2-x} \right) : \frac{2x - 4}{x^3 - 8}$$

ΤΡΙΩΝΥΜΟ

22. Να λύσετε την εξίσωση: $(x-1)^2 + (x+1)^2 = 3x + 1$

23. Να λυθεί η εξίσωση: $(3x-7)^2 = 7x + (x-3)(2x-1)$

24. Να λυθεί η εξίσωση: $(3x-1)^2 + 2(x+4) = 8 + 5x^2$

ΚΛΑΣΜΑΤΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ

25. Να λυθεί η εξίσωση: $\frac{x^2 - 6}{x-1} + \frac{5}{x^2 - x} = \frac{x-1}{x}$

26. Να λυθεί η εξίσωση: $\frac{4}{x+2} + \frac{1}{x-2} = \frac{x}{x^2 - 4}$

27. Να εξετάσετε αν η λύση της εξίσωσης: $\frac{3x-1}{2} - 1 = \frac{4-x}{3} - (2x-1)$
είναι και λύση της εξίσωσης $4x^3 - 12x^2 + 7x = -1$.

28. Ποια τιμή πρέπει να πάρει ο μ ώστε η εξίσωση (με άγνωστο το x):

$$\frac{3-x}{5} - \frac{\mu+x}{10} = \frac{2\mu x+1}{2}$$

να έχει λύση τον αριθμό -2;

29. Να λυθεί η εξίσωση: $\frac{5}{1-x^2} = \frac{1}{1+x} + \frac{7}{x-1}$

30. Να λυθεί η εξίσωση: $\frac{x-1}{x^2 - 5x + 6} = \frac{1}{x-2} - \frac{1}{x-3}$

ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ

31. Να λυθεί το σύστημα: $\begin{cases} 2(x-y) + 3(x+y) = 48 \\ x + 2(y-2x) = -47 \end{cases}$

32. Να λυθεί το σύστημα: $\begin{cases} 2(x+2) = -4 - 3(1-y) \\ x - 3(y-4) = 2y - 2(1-x) \end{cases}$

ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

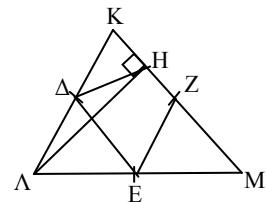
33. Σε ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ=ΑΓ) φέρνουμε το ύψος ΑΔ. Να δειχθεί ότι το ΑΔ είναι διάμεσος και διχοτόμος.

34. Εστω ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ=ΑΓ). Προεκτείνω τις ίσες πλευρές ΑΒ, ΑΓ κατά ίσα τμήματα ΒΔ=ΓΕ. Αν Μ το μέσο της ΒΓ να δειχθεί ότι το τρίγωνο ΜΔΕ είναι ισοσκελές.

35. Δίνεται ισοσκελές ΑΒΓ (ΑΒ=ΑΓ). Στις προεκτάσεις της βάσης ΒΓ παίρνω ίσα τμήματα ΒΔ=ΓΕ. Από τα Δ και Ε φέρνω τις κάθετες ΔΖ και ΕΗ προς τις προεκτάσεις των ΑΒ και ΑΓ αντίστοιχα. Να δειχθεί ότι:

- I) $\Delta Z = \Delta H$.
- II) Το τρίγωνο AZH είναι ισοσκελές.
- III) Τα τρίγωνα $A\Delta Z$ και $A\Delta H$ είναι ίσα.

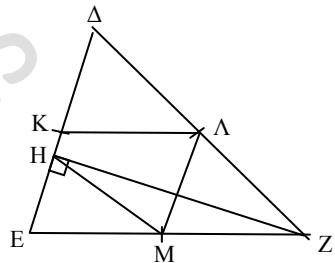
36. Δίνεται το τρίγωνο KLM με πλευρές $KL=4\text{cm}$, $KM=8\text{cm}$ και $LM=7\text{cm}$. Αν Δ , E , Z είναι τα μέσα των πλευρών KL , LM και KM αντίστοιχα και ΛH το ύψος:
- I) Να υπολογιστούν τα μήκη των τμημάτων EZ , ΔE , ΔH και να δικαιολογηθούν οι απαντήσεις.
 - II) Τι είδους τετράπλευρο είναι το ΔEZH ;



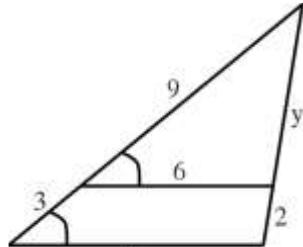
37. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ABG ($AB=AG$). Προεκτείνω τις ίσες πλευρές AB και AG κατά ίσα τμήματα $B\Delta=\Gamma E$. Από τα σημεία Δ και E φέρνω τις κάθετες ΔZ και EH προς τις προεκτάσεις της BG . Να δειχθεί ότι:

- I) $\Delta Z = \Delta H$.
- II) Το τρίγωνο AZH είναι ισοσκελές.
- III) Τα τρίγωνα $A\Delta Z$ και $A\Delta H$ είναι ίσα.

38. Δίνεται τρίγωνο ΔEZ με $\Delta Z=11\text{cm}$, $\Delta E=8\text{cm}$ και $EZ=10\text{cm}$. Αν K , Λ , M τα μέσα των ΔE , ΔZ και EZ αντίστοιχα και ZH το ύψος:
- I) Να υπολογιστούν τα μήκη των τμημάτων KL , HM , και ML αντίστοιχα.
 - II) Τι είδους τετράπλευρο είναι το $KLMH$;



39. Στο διπλανό σχήμα να υπολογιστούν τα x, y .



ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΑ

40. Αν $\eta\mu\theta=\frac{2}{3}$ και $0<\theta<90$ να βρείτε τους άλλους τριγωνομετρικούς αριθμούς της θ .

41. Ομοίως αν $\sigma\upsilon\theta=-\frac{5}{6}$ και $90^\circ<\theta<180^\circ$.

42. Ομοίως αν $\varepsilon\phi\theta=-\frac{5}{4}$ και $90^\circ<\theta<180^\circ$.

43. Αν $90^\circ < x < 180^\circ$ και $\sigma\upsilon x=-\frac{5}{13}$ να υπολογιστεί η αριθμητική τιμή της

παράστασης:

$$A = \frac{(2\eta\mu x - 3\sigma\upsilon x) - (\eta\mu^2 x - \sigma\upsilon^2 x)}{2\eta\mu x \cdot \sigma\upsilon x}$$

44. Αν $\eta\mu x = \frac{12}{15}$ και $0^\circ < x < 90^\circ$ να βρεθεί η αριθμοπική τιμή της παράστασης:

$$A = \frac{2\epsilon\phi x - 3\sigma v x + 2\sigma\phi x}{5\eta\mu x}$$

45. Να υπολογιστεί η τιμή της παράστασης:

$$A = \frac{\eta\mu x + \sigma v x}{\epsilon\phi x + \sigma\phi x} \text{ όταν } x = 60^\circ, 45^\circ, 30^\circ.$$

46. Να αποδειχθούν οι σχέσεις:

I) $\eta\mu^6 x + \sigma v^6 x = 1 - 3\eta\mu^2 x \cdot \sigma v^2 x$

II) $\eta\mu^4 x - \sigma v^4 x = 1 - 2\sigma v^2 x$

III) $\eta\mu^2 x \sigma v^2 \phi - \eta\mu^2 x \sigma v^2 x = \eta\mu^2 x - \eta\mu^2 \phi$

IV) $\frac{\eta\mu x}{1 + \sigma v x} + \frac{1 + \sigma v x}{\eta\mu x} = \frac{2}{\eta\mu x}$

V) $\sigma\phi x + \epsilon\phi x = \frac{1}{\eta\mu x \sigma v x}$

VI) $\eta\mu x \sigma v x (1 + \epsilon\phi x)(1 + \sigma\phi x) = 1 + 2\eta\mu x \sigma v x$

VII) $\eta\mu^4 x + \sigma v^4 x = 1 - 2\eta\mu^2 x \sigma v^2 x$

VIII) $\sigma v^4 x - \eta\mu^4 x = 1 - 2\eta\mu^2 x$

IX) $\frac{1}{\sigma v^2 x} + \frac{1}{\eta\mu^2 x} = \frac{1}{\eta\mu^2 x \sigma v^2 x}$

X) $(2\eta\mu x + 3\sigma v x)^2 + (3\eta\mu x - 2\sigma v x)^2 = 13$

XI) $\sigma v^2 x \sigma v^2 \psi - \eta\mu^2 x \eta\mu^2 \psi = \sigma v^2 x + \sigma v^2 \psi - 1$

47. Να δειχθούν οι σχέσεις:

I) $(\eta\mu x + \sigma v x)(1 - \eta\mu x \sigma v x) = \eta\mu^3 x + \sigma v^3 x$

II) $(5\eta\mu x + 2\sigma v x)^2 - (5\eta\mu x - 2\sigma v x)^2 = 40\eta\mu x \sigma v x$

III) $\eta\mu x \sigma v x \left(1 + \frac{\sigma v x}{\eta\mu x} \right) + (1 + \epsilon\phi x) = 1 + 2\eta\mu x \sigma v x$

IV) $\eta\mu^2 x \epsilon\phi x - \frac{\sigma v^3 x}{\eta\mu x} = \epsilon\phi x - \frac{\sigma v x}{\eta\mu x}$

V) $\frac{\sigma v^2 \alpha - \eta\mu^2 \beta}{\eta\mu^2 \alpha \eta\mu^2 \beta} = \frac{1}{\epsilon\phi^2 \alpha} \left(\frac{1}{\eta\mu^2 \beta} - \frac{1}{\sigma v^2 \alpha} \right)$

VI) $\frac{1}{\sigma v^4 \omega} - \frac{1}{\sigma v^2 \omega} = \epsilon\phi^4 \omega + \epsilon\phi^2 \omega$

48. Να δειχθούν οι σχέσεις:

I) $\left(1 + \frac{\sigma v \omega}{\eta\mu \omega} - \frac{1}{\eta\mu \omega} \right) \cdot \left(1 + \frac{\eta\mu \omega}{\sigma v \omega} + \frac{1}{\sigma v \omega} \right) = 2$

II) $(\eta\mu x + \epsilon\phi x) \left(\sigma v x + \frac{\sigma v x}{\eta\mu x} \right) = (1 + \eta\mu x)(1 + \sigma v x)$

III) $(\epsilon\phi x + \eta\mu x)^2 + (1 + \sigma v x)^2 = \left(\frac{1}{\sigma v x} + 1 \right)^2$

ΤΟΛΗΣ ΕΥΑΓΓΕΛΟΣ