ΕΡΜΗΝΕΙΑ ΣΥΝΘΗΚΩΝ ΣΤΙΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Συνάρτηση f 1 – 1 ΑΡΑ υπάρχει f^{-1} και η εξίσωση $f(x)=n$ έχει το πολύ μία ρίζα.
2. Συνάρτηση f γνησίως μονότονη ΑΡΑ f 1 – 1 κ. τ. λ.... και $f\uparrow$ μόνο ή $f\downarrow$ μόνο
3. f συνεχής και $f(x)\neq 0\ \forall x\in[\alpha,\beta]$ ΑΡΑ f διατηρεί σταθερό πρόσημο στο $[\alpha,\beta]$.
4. $f'>$ ή <0 στο διάστημα Δ ΑΡΑ $f\uparrow$ στο Δ ή $f\downarrow$ στο Δ
5. $f''>0$ ή <0 στο διάστημα Δ ΑΡΑ $f'\uparrow$ στο Δ ή $f'\downarrow$ στο Δ και f κυρτή ή κοίλη στο Δ
6. $f'=0$ στο διάστημα Δ ΑΡΑ f σταθερή στο Δ
7. $f'=g'$ στο διάστημα Δ ΑΡΑ $f=g+c$
8. $f'=f$ στο διάστημα Δ ΑΡΑ $f(x)=c\cdot e^{x}$
9. $f''=g''$ στο διάστημα Δ ΑΡΑ $f'=g'+c=(g+cx)'\Rightarrow f=g+cx+b$
10. $f(\alpha)\cdot f(\beta)<0$.... ΑΡΑ θεώρημα Bolzano ..... $\exists$ ξ ..... $f(\xi)=0$ και C_f τέμνει τον x΄x.
11. $f(\alpha)=f(\beta)$....... ΑΡΑ θεώρημα Rolle ..... $\exists$ ξ ..... $f'(\xi)=0$ και εφαπτομένη // x΄x
12. $f(\alpha)=f(\beta)=f(\gamma)$.... ΑΡΑ 2 φορές θεώρημα Rolle στην f ...και θεώρημα Rolle στην f'
13. Τοπικό ακρότατο στο x_0 ΑΡΑ θεώρημα Fermat..... $f'(x_0)=0$
14. Δίνεται ανισοισότητα ΑΡΑ ορισμός ολικού ακροτάτου ... .και θεώρημα Fermat
15. Ζητείται ανισότητα ΑΡΑ ΘΜΤ ή μονοτονία ή ολικά ακρότατα ή κυρτότητα και εφαπτομένη ή 2 ΘΜΤ και μεθοδολογία Jensen ή ολοκλήρωση ανισότητας.
16. Σημείο καμπής στο x_0 ΑΡΑ .... $f''(x_0)=0$
17. Σχέσεις με τρεις τιμές $f(\alpha),f(\beta),f(\gamma)$ ΑΡΑ 2 φορές ΘΜΤ.... ή Ενδιαμέσων Τιμών
18. Συνάρτηση f άρτια. ΑΡΑ άξονας συμμετρίας y΄y και $f(-x)=f(x)$...
19. Συνάρτηση f περιττή ΑΡΑ κέντρο συμμετρίας $O(0,0)$ και $f(-x)=-f(x)$....
20. C_f πάνω ή κάτω από τον άξονα x΄x ΑΡΑ λύνω $f(x)>0$ ή $f(x)<0$
21. C_f πάνω ή κάτω από C_g ΑΡΑ $f(x)>g(x)$ ή $f(x)<g(x)$
22. C_f τέμνει τον άξονα x΄x σε σημείο $\mathrm{A}(x,0)$ ΑΡΑ λύνω $f(x)=0$
23. C_f τέμνει τον άξονα y΄y σε σημείο $\mathrm{A}(0,y)$ ΑΡΑ υπολογίζω $f(0)=y$
24. C_f τέμνει C_g σε σημείο $\mathrm{A}(x,y)$ ΟΠΟΥ x λύση της $f(x)=g(x)$ και $y=f(x)=g(x)$
25. C_f διέρχεται από σημείο $\mathrm{A}(\alpha,\beta)$ ΑΡΑ $f(\alpha)=\beta$
26. f συνεχής στο α και ψάχνω $f(\alpha)$ ΑΡΑ Βρίσκω όριο στο α το οποίο ισούται με $f(\alpha)$
27. Αν έχω διπλή ανισοϊσότητα ή $|f(x)|\leq\theta$ και ψάχνω όριο ΑΡΑ Κριτήριο Παρεμβολής
28. Όριο με $\eta\mu x$ ή $\sigma\upsilon\nu x$ όπου x τείνει σε άπειρο ΑΡΑ χρησιμοποιώ $|\eta\mu x|\leq 1$ ή $|\sigma\upsilon\nu x|\leq 1$ και κατασκευάζω παράσταση που ζητώ το όριο και μετά κριτήριο παρεμβολής.
29. Όριο με $\eta\mu x$ όπου x τείνει στο 0 ΑΡΑ Χρησιμοποιώ Βασικά τριγωνομετρικά όρια
30. Αν f συνεχής σε κλειστό διάστημα ΤΟΤΕ Παίρνει Μέγιστη και Ελάχιστη τιμή

31. Αν f συνεχής και $f\uparrow$ στο $\Delta=[\alpha,\beta]$ ΤΟΤΕ Σύνολο τιμών $f(\Delta)=[f(\alpha),f(\beta)]$

32. Αν f συνεχής και $f\downarrow$ στο $\Delta=[\alpha,\beta]$ ΤΟΤΕ Σύνολο τιμών $f(\Delta)=[f(\beta),f(\alpha)]$

33. Αν f συνεχής και $f\uparrow$ ή $f\downarrow$ στο $\Delta=(\alpha,\beta)$ ΤΟΤΕ στο σύνολο τιμών έχω όρια αντί τιμών

34. Αν 0 ανήκει στο σύνολο τιμών της f τότε η εξίσωση $f(x)=0$ έχει λύση.

35. Αν κ ανήκει στο σύνολο τιμών της f τότε η εξίσωση $f(x)=\kappa$ έχει λύση.

36. Σε αρνητικές προτάσεις συνήθως δουλεύω με απαγωγή σε άτοπο. Για παράδειγμα αν θέλω να δείξω ότι μια συνάρτηση δεν έχει ακρότατα υποθέτω ότι έχει και με βάση Θεώρημα Fermat ...καταλήγω σε άτοπο. Αν θέλω να δείξω ότι δεν έχει σημείο καμπής υποθέτω ότι έχει και με βάση θεώρημα πρέπει $f'(x_0)=0$ και μετά άτοπο. Αν θέλω μια εξίσωση να έχει το πολύ μια ρίζα δηλαδή όχι δύο ρίζες υποθέτω ότι έχει δύο και καταλήγω με την βοήθεια του θεωρήματος Rolle σε άτοπο.

37. Αν ζητώ παραμέτρους σε κλαδική ώστε f παραγωγίσιμη ΤΟΤΕ χρησιμοποιώ πρώτα ότι f συνεχής...

38. Αν θέλω όριο κλαδικής σε συνοριακό σημείο ή συνάρτησης με απόλυτα σε σημείο που αλλάζει πρόσημο η συνάρτηση ή συνάρτησης που μηδενίζει ο παρονομαστής και αλλάζει πρόσημο τότε παίρνω πλευρικά όρια.

39. $f'(x)+f(x)=c$ ΤΟΤΕ πολλαπλασιάζω με e^x ...και έχω $\left(f(x)\cdot e^x\right)'=\left(c\cdot e^x\right)'$ ......

40. $f'(x)+g(x)\cdot f(x)=0$ ΤΟΤΕ πολλαπλασιάζω με $e^{h(x)}$ όπου $h'(x)=g(x)$ δηλαδή h αρχική της g και έχω $\left(f(x)\cdot e^{h(x)}\right)'=0$.....

41. $f''-f=0$ ΤΟΤΕ $f''+f'=f'+f$ πολλαπλασιάζω με e^x ....και έχω $\left(f'(x)\cdot e^x\right)'=\left(f(x)\cdot e^x\right)'$ ......

42. $f''\cdot f+2(f')^2=0$ ΤΟΤΕ πολλαπλασιάζω με f ΑΡΑ $f''\cdot f^2+2\cdot f\cdot(f')^2=0 \Leftrightarrow \left(f'\cdot f^2\right)'=0$...

43. Αν ζητείται ύπαρξη οριζόντιας εφαπτομένης δηλαδή // x΄x δουλεύω με Rolle.

44. Για ασύμπτωτες βρίσκω πεδίο ορισμού και μετά ψάχνω για κατακόρυφες στα ανοικτά άκρα του Π.Ο ενώ για οριζόντιες και πλάγιες στο $\pm\infty$ αν είναι άκρο του Π.Ο

45. Αν f άρτια ΤΟΤΕ f' περιττή

46. Αν f περιττή ΤΟΤΕ f' άρτια.

47. Πιθανά ακρότατα στα άκρα κλειστού διαστήματος ή στα κρίσιμα σημεία δηλαδή στα σημεία που μηδενίζεται η παράγωγος (στάσιμα σημεία) ή δεν υπάρχει παράγωγος.

48. Αν η εφαπτομένη σχηματίζει γωνία ω με x΄x τότε $\lambda=\varepsilon\varphi\omega=f'(x_0)$

49. Αν ζητώ να δείξω ότι η f δεν είναι παραγωγίσιμη αρκεί να δείξω ότι ΔΕΝ είναι συνεχής.

50. Αν το σύνολο τιμών συνάρτησης ορισμένης σε κλειστό διάστημα έχει τουλάχιστον ένα άκρο ανοικτό ΤΟΤΕ δεν παρουσιάζει και ελάχιστο και μέγιστο ανάλογα και δεν είναι συνεχής στο κλειστό διάστημα.

51. C_f, C_g τέμνονται κάθετα ΑΡΑ οι εφαπτομένες στα κοινά τους σημεία είναι κάθετες.

52. Αν οι εφαπτομένες στα x_1,x_2 είναι παράλληλες τότε $f'(x_1)=f'(x_2)$.

53. Αν οι εφαπτομένες στα x_1,x_2 είναι κάθετες τότε $f'(x_1)\cdot f'(x_2)=-1$

54. Αν f κυρτή ΤΟΤΕ η εφαπτομένη $y=\lambda x+\beta$ είναι κάτω από την C_f δηλαδή $f(x)\geq\lambda x+\beta$

55. Αν f κοίλη ΤΟΤΕ η εφαπτομένη $y=\lambda x+\beta$ είναι πάνω από την C_f δηλαδή $f(x)\leq\lambda x+\beta$

56. Αν γνωρίζω όριο παράστασης με $f(x)$ τότε θέτω ..... $g(x)$......και λύνω ως προς $f(x)$.

57. Για ύπαρξη 1 τουλάχιστον ρίζας της εξίσωσης $f(x)=0$ ΤΟΤΕ εφαρμόζω Θ.Bolzano για την f ή Θ.Rolle για αρχική της f δηλαδή συνάρτηση g με $g'(x)=f(x)$

58. Για μοναδικότητα ρίζας αφού αποδείξω ύπαρξη όπως πριν ή με προφανή ρίζα απορρίπτω την ύπαρξη άλλης ρίζας είτε με 1 – 1 είτε με μονοτονία είτε με άτοπο με Θ.Rolle αν υποθέσουμε ότι έχει δύο ρίζες α,β οπότε $f(\alpha)=f(\beta)=0$.

59. Αν θέλω το πολύ 1 ρίζα δεν χρειάζεται ύπαρξη αλλά απόρριψη ύπαρξης 2 ριζών όπως πριν. ΓΕΝΙΚΑ για το πολύ κ ρίζες απορίπτω κ + 1 ρίζες με άτοπο σύμφωνα με κατάλληλο πλήθος εφαρμογής θ.Rolle στην $f, f',...$

60. Για σύνολο τιμών βρίσκω πεδίο ορισμού , μονοτονία, τιμές ή όρια στα άκρα διαστημάτων στα οποία αλλάζει η μονοτονία και μετά την ένωση των επί μέρους συνόλων τιμών . Με το σύνολο τιμών βρίσκουμε και πλήθος ριζών συνάρτησης.

61. Για πρόσημο συνάρτησης βρίσκω ρίζες και την μονοτονία της και παίρνω ανισότητες < ή > από τις ρίζες ή επιλεγμένες τιμές εντός ριζών..

62. Για να βρω αντίστροφη συνάρτησης αφού δείξω ότι είναι αντιστρέψιμη με 1 – 1 ή γνησίως μονότονη θέτω $f(x)=y$ και λύνω ως προς $x=f^{-1}(y)$ και έχω τον τύπο της f^{-1}.

63. Το πρόσημο της f' δίνει τη μονοτονία και τα ακρότατα της f.

64. Το πρόσημο της f'' δίνει τη μονοτονία – ακρότατα της f' και κυρτότητα - σ. κ. της f.

65. Στους μιγαδικούς οι συνθήκες $w\in\mathbb{R}$ ή $w\in I$ αντιμετωπίζονται με $w=\overline{w}$ ή $w=-\overline{w}$

66. Αν ζητώ μέγιστα και ελάχιστα στους μιγαδικούς χρησιμοποιώ είτε με τριγωνική ανισότητα είτε κάνω σχήμα και βλέπω σχετικές θέσεις ευθείας και κύκλου ή 2 κύκλων ή αποστάσεις σημείου από ευθεία.

67. Για εξισώσεις με μιγαδικούς εκτός δευτεροβάθμιας με πραγματικούς συντελεστές ή για γεωμετρικούς τόπους ή εικόνες μιγαδικών θέτω $z=x+yi$ και μετά από πράξεις βρίσκω σχέσεις μεταξύ των x,y που αποτελούν γ.τ ή τα υπολογίζω αν ψάχνω τον z.