

$$) \quad |x-1| \leq |x| + |-1| = |x| + 1 \Leftrightarrow |x-1| - 1 \leq |x| + 1 - 1 \Leftrightarrow A \leq |x|$$

$$) \quad A \geq -x \Leftrightarrow |x-1| - 1 \geq -x \Leftrightarrow |x-1| \geq -(x-1) \quad |x| \geq -x \quad x \in \mathbb{R}$$

$$) \quad \begin{array}{l} x-1 < 0 \Leftrightarrow x < 1 \quad A = -x+1-1 = -x \\ x-1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 1 \quad A = 2(x-1)+x-3 = 2x-2+x-3 = 3x-5 \end{array}$$

Ασκησόπολις
ο πιο πλούσιος κόσμος
θεμάτων και ασκήσεων

$$) \quad |A+x| - |1-x| = ||x-1| - 1 + x| - |1-x| = ||x-1| + (x-1)| - |x-1| = |x-1| + x - 1 - |x-1| = x - 1$$

$$|x-1| \geq -(x-1) \Leftrightarrow |x-1| + (x-1) \geq 0$$

$$) \quad x^2 + A + y^2 = 2xy - 1 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 2xy + |x-1| - 1 = -1 \Leftrightarrow (x-y)^2 + |x-1| = 0 \Leftrightarrow$$

$$x-y=0 \Leftrightarrow x=y \quad x-1=0 \Leftrightarrow x=1, \quad x=y=1$$

$$) \quad A + |3-x| \geq 1 \Leftrightarrow |x-1| - 1 + |3-x| \geq 1 \Leftrightarrow |x-1| + |3-x| \geq 2$$

$$|x-1| + |3-x| \geq |(x-1) + (3-x)| = |x' - 1 + 3 - x'| = 2$$

Ασκησόπολις
ο πιο πλούσιος κόσμος
θεμάτων και ασκήσεων

$$) \quad \frac{x-1}{A+1} + \frac{x}{|x|} \leq 2 \Leftrightarrow \frac{x-1}{|x-1| - \cancel{x} + \cancel{x}} + \frac{x}{|x|} \leq 2 \Leftrightarrow \frac{x-1}{|x-1|} + \frac{x}{|x|} \leq 2$$

$$|x| \geq x \quad x \neq 0 \quad \frac{|x|}{|x|} \geq \frac{x}{|x|} \Leftrightarrow \frac{x}{|x|} \leq 1 \quad (1)$$

$$|x-1| \geq x-1 \quad x \neq 1 \quad \frac{|x-1|}{|x-1|} \geq \frac{x-1}{|x-1|} \Leftrightarrow \frac{x-1}{|x-1|} \leq 1 \quad (2)$$

$$(1)+(2) \Rightarrow \frac{x-1}{|x-1|} + \frac{x}{|x|} \leq 2 .$$