**Ψηφιακό σχολείο**

**Μιγαδικοί αριθμοί**

**Η έννοια του μιγαδικού αριθμού- Πράξεις μιγαδικών**

**Θέμα Β**

1. Να βρείτε τον αριθμό  όταν .
2. Να βρείτε τους  ώστε να ισχύουν οι ισότητες:  
   i)  ii)  .
3. Να βρείτε τους αριθμούς  έτσι ώστε οι μιγαδικοί: και

 να είναι ίσοι.

1. Να βρείτε τους πραγματικούς αριθμούς α,β  έτσι ώστε να ισχύει  .
2. Να κάνετε τις πράξεις:   
   i)  ii)  iii)   iv)  .
3. Να γράψετε τον αριθμό   στη μορφή .
4. Να βρείτε τα  ώστε οι μιγαδικοί:   και   να είναι συζυγείς.
5. Να αποδείξετε ότι ο   είναι φανταστικός.
6. Για τους μιγαδικούς z και w ισχύει  . Να αποδείξετε ότι ο w είναι φανταστικός αν και μόνο αν   ή z φανταστικός.
7. Αν  , να δείξετε ότι ο   είναι φανταστικός αριθμός.
8. Να αποδείξετε ότι:
9. Να βρείτε τις τιμές των παραστάσεων i) ii) 
10. Να γράψετε τον  στη μορφή .
11. Να λύσετε την εξίσωση: 
12. Να λύσετε την εξίσωση: 
13. Να λύσετε στο  τις εξισώσεις:   
    **i)**   **ii)**   **iii)** 
14. Να λύσετε τις εξισώσεις: **i)**   **ii)** 
15. Nα λύσετε την εξίσωση: .
16. Να βρείτε το  όταν: .
17. Να βρείτε το  ώστε ο αριθμός   να είναι πραγματικός.
18. Να αποδείξετε ότι για κάθε  ισχύει: 
19. Αν  και  , όπου , να δείξετε ότι ο z είναι πραγματικός.
20. Δίνεται το πολυώνυμο . Να βρείτε το .
21. Να βρείτε τους  ώστε να ισχύουν οι ισότητες:  
    **i)**   **ii)** 
22. Να βρείτε τα  έτσι ώστε ο  να είναι ίσος με το μηδέν.
23. Να κάνετε τις πράξεις:  
    **i)**   **ii)** 
24. Να αποδείξετε ότι 
25. Δίνονται οι μιγαδικοί   με  . Να δείξετε ότι ο  είναι φανταστικός.
26. Να περιγράψετε γεωμετρικά το σύνολο των εικόνων των μιγαδικών αριθμών z που ικανοποιούν τις σχέσεις:  
    i)   ii)  iii) 
27. Σε κάθε μία από τις παρακάτω περιπτώσεις να εκτελέσετε τις πράξεις:  
    **i)**  **ii)**  **iii)** **iv)**    
    **v)**  **vi)**   **vii)**
28. Να λύσετε την εξίσωση:.
29. Να βρείτε τις τιμές των παραστάσεων: **i)**  **ii)**
30. Αν  και ισχύει: , να αποδείξετε οτι: .
31. Δίνεται ο μιγαδικός  . Αν  να αποδείξετε ότι: 
32. Να βρείτε τους πραγματικούς αριθμούς α,β,γ ώστε οι μιγαδικοί   και   να είναι ίσοι.
33. Έστω  με  και . Αν ισχύει   να αποδείξετε ότι .
34. Αν  και  να αποδείξετε ότι .
35. Αν  με   να αποδείξετε ότι .
36. Να λύσετε την εξίσωση .

**Θέμα Γ**

1. Αν  και , να αποδείξετε ότι:
2. Να βρείτε τη μορφή των θετικών ακέραιων ν για τους οποίους ισχύει: .
3. Δίνεται ο μιγαδικός  . Να αποδείξετε ότι οι εικόνες  ανήκουν σε κύκλο για τον οποίον να βρεθούν το κέντρο και η ακτίνα.
4. Να βρείτε το γεωμετρικό τόπο των εικόνων του z για τους οποίους ισχύει:   
   **i)**  . **ii)** .
5. Αν ο αριθμός  είναι φανταστικός να δείξετε ότι οι εικόνες βρίσκονται σε κύκλο.
6. Αν οι εικόνες των μιγαδικών z στο μιγαδικό επίπεδο βρίσκονται στην ευθεία ε:  να βρείτε που βρίσκονται οι εικόνες των μιγαδικών .
7. Να λύσετε την εξίσωση: .
8. Να βρείτε το σύνολο των εικόνων των μιγαδικών z στις περιπτώσεις κατά τις οποίες ο αριθμός  είναι: i) φανταστικός ii) πραγματικός
9. Δίνεται η εξίσωση   
   i) Να λύσετε την εξίσωση.  
   ii) Να αποδείξετε ότι οι εικόνες των ριζών της εξίσωσης ανήκουν στο μoναδιαίο κύκλο.
10. Να αναλύσετε το μιγαδικό  σε άθροισμα δύο μιγαδικών  και  που οι εικόνες τους βρίσκονται στις ευθείες   αντίστοιχα.
11. Να γράψετε το μιγαδικό  ως διαφορά δύο μιγαδικών  και  των οποίων οι εικόνες βρίσκονται στις ευθείες   αντίστοιχα.
12. Να αποδείξετε ότι η τιμή της παράστασης   είναι ίση με .
13. Αν  και ισχύει:  να αποδείξετε ότι: 
14. Να βρείτε το γεωμετρικό τόπο των εικόνων των μιγαδικών αριθμών z αν οι εικόνες των μιγαδικών  είναι σημεία συνευθειακά.