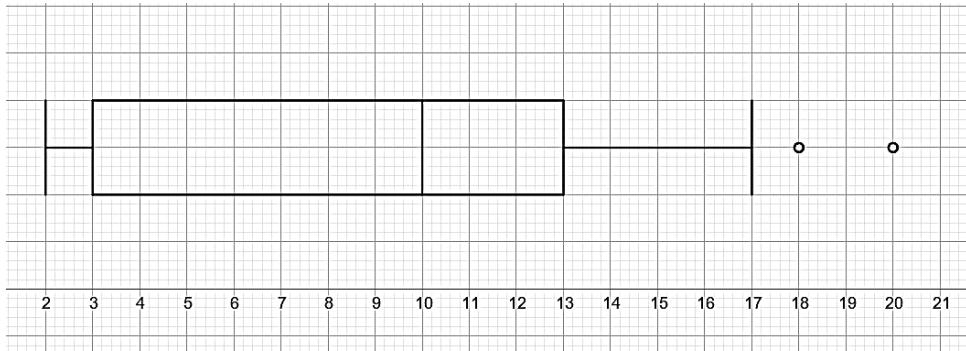


**Στατιστική****2ο Θέμα**

**29015.** Το παρακάτω θηκόγραμμα παρουσιάζει τους πόντους ενός παίκτη μιας ομάδας καλαθοσφαίρισης στα 15 τελευταία παιχνίδια της ομάδας του.



Με τη βοήθεια του θηκογράμματος να βρείτε:

- α)** Το εύρος R των πόντων του παίκτη. (Μονάδες 6)
- β)** Τα τεταρτημόρια  $Q_1$ ,  $Q_2$  και  $Q_3$ . (Μονάδες 9)
- γ)** Το ενδοτεταρτημοριακό εύρος Q. (Μονάδες 5)
- δ)** Τις ακραίες τιμές. (Μονάδες 5)

**4ο Θέμα****Μέτρα θέσης και διασποράς**

**27339.** Ένας δρομέας μεγάλων αποστάσεων, κατέγραψε τα χιλιόμετρα που έτρεξε σε καθεμία από τις 20 ημέρες προπόνησης ενός μήνα και σχημάτισε τον παρακάτω πίνακα:

απόσταση σε χιλιόμετρα	5	7	10	15	20
αριθμός ημερών	4	5	5	5	1

- α)** Να βρείτε:
  - i. τη μέση τιμή, (Μονάδες 7)
  - ii. τη διάμεσο, το πρώτο και το τρίτο τεταρτημόριο. (Μονάδες 6)
- β)** Να εξετάσετε αν υπάρχουν ακραίες τιμές. (Μονάδες 6)
- γ)** Ο δρομέας τον επόμενο μήνα διατήρησε το ίδιο πρόγραμμα προπόνησης, εκτός από την μέγιστη απόσταση την οποία αύξησε σε 28 χιλιόμετρα όπως φαίνεται παρακάτω:
 

απόσταση σε χιλιόμετρα	5	7	10	15	28
αριθμός ημερών	4	5	5	5	1

Ποια από τα μέτρα θέσης του α) ερωτήματος μεταβάλλονται και ποια όχι; Θα υπάρχουν τώρα ακραίες τιμές;

(Μονάδες 6)

## Πιθανότητες

### 2ο Θέμα

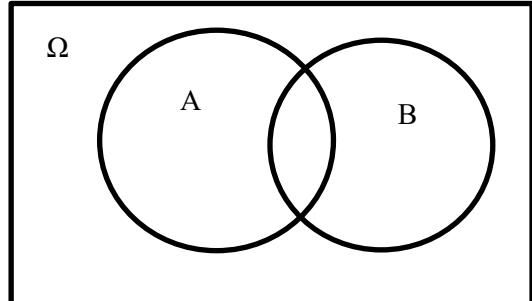
**27186.** Από τις 80 μαθήτριες, που είναι παρούσες σήμερα στο σχολείο, πτυχίο καλής γνώσης αγγλικών έχουν 60. Από τις 60 μαθήτριες που έχουν πτυχίο καλής γνώσης αγγλικών, οι 15 έχουν επιπλέον και πτυχίο καλής γνώσης γαλλικών. Επιλέγουμε τυχαία μία μαθήτρια από τις 80.

- α)** Να υπολογίσετε την πιθανότητα η μαθήτρια που επιλέξαμε να έχει πτυχίο καλής γνώσης αγγλικών.  
(Μονάδες 8)

**β)** Στο διπλανό διάγραμμα Venn, το  $\Omega$  περιέχει τις 80 μαθήτριες, το A περιέχει τις μαθήτριες που έχουν πτυχίο καλής γνώσης αγγλικών και το B περιέχει τις μαθήτριες που έχουν πτυχίο καλής γνώσης γαλλικών.

**i.** Να μεταφέρετε στην κόλλα σας το διάγραμμα Venn. Στη συνέχεια να χρωματίσετε με το στυλό σας το μέρος του διαγράμματος Venn που περιέχει τις μαθήτριες, οι οποίες έχουν και τα δύο πτυχία: καλής γνώσης αγγλικών και γαλλικών.  
(Μονάδες 8)

**ii.** Να υπολογίσετε την πιθανότητα του ενδεχομένου “η μαθήτρια που επιλέξαμε έχει και τα δύο πτυχία: καλής γνώσης αγγλικών και γαλλικών”.  
(Μονάδες 9)



**27187.** Από τους 100 μαθητές, που είναι παρόντες σήμερα στο σχολείο, μπλε στυλό έχουν 87. Από αυτούς, 17 μαθητές έχουν και μπλε και μαύρο στυλό. Επιλέγουμε τυχαία έναν μαθητή από τους 100.

- α)** Να αποδείξετε ότι η πιθανότητα ο μαθητής που επιλέξαμε να έχει μπλε στυλό είναι ίση με 0,87.  
(Μονάδες 7)
- β)** Να αποδείξετε ότι η πιθανότητα ο μαθητής που επιλέξαμε να έχει μπλε και μαύρο στυλό, είναι ίση με 0,17.  
(Μονάδες 10)
- γ)** Να υπολογίσετε την πιθανότητα ο μαθητής που επιλέξαμε να έχει μπλε και να μην έχει μαύρο στυλό.  
(Μονάδες 8)

**27312.** Ρίχνουμε ένα συνηθισμένο κέρμα τρεις φορές και καταγράφουμε το αποτέλεσμα.

- α)** Για το παραπάνω πείραμα τύχης να γράψετε έναν δειγματικό χώρο και το ενδεχόμενο Α: «Το αποτέλεσμα των τριών ρίψεων είναι τουλάχιστον δύο φορές κεφαλή».  
(Μονάδες 8)
- β)** Να γράψετε το συμπληρωματικό ενδεχόμενο Α' του Α.  
(Μονάδες 9)
- γ)** Να υπολογίσετε τις πιθανότητες των ενδεχομένων Α και Α'.  
(Μονάδες 8)

**27313.** Ο Κώστας και ο Νίκος έχουν ο καθένας ένα συνηθισμένο ζάρι και παίζουν το εξής παιχνίδι: Ρίχνει ο καθένας το δικό του ζάρι και καταγράφουν το αποτέλεσμα. Αν και οι δύο αριθμοί που φέρνουν ο Κώστας και ο Νίκος, είναι μεγαλύτεροι από το 2, τότε κερδίζει ο Κώστας. Διαφορετικά κερδίζει ο Νίκος.

- α)** Για το παραπάνω πείραμα τύχης να γράψετε τον δειγματικό χώρο, όπου για παράδειγμα, το αποτέλεσμα (2, 5) να σημαίνει ότι ο Κώστας έφερε 2 και ο Νίκος 5.  
(Μονάδες 7)
- β)** Να βρείτε τις πιθανότητες:
- i.** να κερδίσει ο Κώστας,  
(Μονάδες 9)
  - ii..** να κερδίσει ο Νίκος.  
(Μονάδες 9)

**27316.** Η τράπουλα αποτελείται από 52 φύλλα τα οποία χωρίζονται σε τέσσερις φυλές: τις κούπες, τα καρό, τα μπαστούνια και τα σπαθιά. Κάθε φυλή αποτελείται από 13 φύλλα: τους αριθμούς 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, τις φιγούρες βαλέ (J), ντάμα (Q), ρήγα (K) και τον άσο (A). Η Άννα τράβηξε τυχαία ένα φύλλο από μια καλά ανακατεμένη τράπουλα. Έστω τα ενδεχόμενα

- Α: «το φύλλο που τράβηξε η Άννα, είναι αριθμός»  
και Μ: «το φύλλο που τράβηξε η Άννα, είναι μπαστούνιο».
- α)** Να εκφράσετε λεκτικά τα ενδεχόμενα  $A \cap M$  και  $A \cup M$ .  
(Μονάδες 8)
- β)** Να βρείτε τις πιθανότητες των ενδεχομένων:
- iii.**  $A, M$  και  $A \cap M$ ,  
(Μονάδες 12)
  - iv.**  $A \cup M$ .  
(Μονάδες 5)

**27449.**Η Μαρία υιοθέτησε μία γατούλα που ερχόταν συνέχεια στην αυλή του σπιτιού της και την ονόμασε Μελιώ. Μετά από δύο εβδομάδες που την είχε στο σπίτι διαπίστωσε ότι η Μελιώ είναι έγκυος. Την πήγε στον κτηνίατρο μαζί με τη μητέρα της και ο κτηνίατρος τους είπε ότι η Μελιώ θα γεννήσει 4 γατάκια.

**α)** Να γράψετε χρησιμοποιώντας δενδροδιάγραμμα ένα δειγματικό χώρο για τις δυνατές περιπτώσεις του φύλου των τεσσάρων γατιών με τη σειρά γέννησής τους. (Μονάδες 09)

**β)** Μία φίλη της Μαρίας υποσχέθηκε ότι αφού γεννηθούν και απογαλακτιστούν τα γατάκια από τη μαμά τους, θα υιοθετήσει τα τρία πρώτα γατάκια που θα γεννηθούν, αν είναι ίδιου φύλου. Ένας γείτονας της Μαρίας υποσχέθηκε να υιοθετήσει το 4<sup>o</sup> γατάκι αν είναι θηλυκό, γιατί έχει ήδη μία θηλυκή γατούλα στο σπίτι του.

**i.** Να γράψετε με αναγραφή των στοιχείων του το ενδεχόμενο

Α: «Τα τρία πρώτα γατάκια είναι ίδιου φύλου και το τέταρτο γατάκι είναι θηλυκό». (Μονάδες 08)

**ii.** Να βρείτε την πιθανότητα του ενδεχομένου: «Υιοθετούνται και τα τέσσερα γατάκια». (Μονάδες 08)

## 4ο Θέμα

### Αξιωματικός και κλασικός Ορισμός Πιθανότητας

**27323.**Θεωρούμε το πείραμα τύχης «ρίψη ενός μεροληπτικού ζαριού» με δειγματικό χώρο

$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ . Δίνεται ότι η πιθανότητα του ενδεχομένου «το αποτέλεσμα της ρίψης είναι 1» είναι

$P(\{1\}) = \frac{1}{2}$  και ότι τα ενδεχόμενα  $\{2\}, \{3\}, \{4\}, \{5\}$  και  $\{6\}$  είναι ισοπίθανα.

**α)** Να αποδείξετε ότι  $P(\{2\}) = P(\{3\}) = P(\{4\}) = P(\{5\}) = P(\{6\}) = \frac{1}{10}$ . (Μονάδες 6)

**β)** Να βρείτε τις πιθανότητες των ενδεχομένων:

v. Α: «Το αποτέλεσμα της ρίψης είναι 1 ή 5» (Μονάδες 6)

vi. Β: «Το αποτέλεσμα της ρίψης είναι άρτιος αριθμός». (Μονάδες 6)

**γ)** Έστω ένα δεύτερο πείραμα τύχης «ρίψη ενός αμερόληπτου ζαριού» με τον ίδιο δειγματικό χώρο

$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  του οποίου όλα τα απλά ενδεχόμενα είναι ισοπίθανα.

Να βρείτε για το δεύτερο πείραμα τύχης τις πιθανότητες των ενδεχομένων Α και Β του ερωτήματος β) και να τις συγκρίνετε μεταξύ τους. (Μονάδες 7)

### Κλασικός Ορισμός Πιθανότητας

**27130.**Θεωρούμε τις οικογένειες που είναι δυνατό να σχηματιστούν με τρία παιδιά. Εξετάζουμε τα παιδιά των οικογενειών αυτών ως προς το φύλο και τη σειρά γέννησής τους. Για παράδειγμα η τριάδα (α, κ, α) αντιστοιχεί σε οικογένεια με πρώτο παιδί αγόρι, δεύτερο παιδί κορίτσι και τρίτο παιδί αγόρι.

**α)** Να γράψετε με αναγραφή των στοιχείων τους τα ενδεχόμενα :

Α: «Το πρώτο παιδί της οικογένειας είναι κορίτσι».

Β: «Και τα τρία παιδιά είναι ίδιου φύλου».

Γ: «Το φύλο του δεύτερου παιδιού είναι διαφορετικό από το φύλο του πρώτου και του τρίτου παιδιού».

(Μονάδες 9)

**β)** Αν μία οικογένεια αποκτήσει τρία παιδιά :

i. Ποια είναι η πιθανότητα το πρώτο παιδί της οικογένειας να είναι κορίτσι; (Μονάδες 5)

ii. Ποια είναι η πιθανότητα και τα τρία παιδιά της οικογένειας να είναι ίδιου φύλου; (Μονάδες 5)

iii. Ένας συμμαθητής σας ισχυρίζεται ότι το ενδεχόμενο Γ έχει ίδια πιθανότητα να συμβεί με το ενδεχόμενο να φέρει κάποιος 2 φορές κεφαλή αν στρίψει δυο φορές ένα αμερόληπτο κέρμα.

Συμφωνείτε με την άποψή του; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 6)

**27349.** Σ' ένα διαγώνισμα δύο ερωτήσεις είναι πολλαπλής επιλογής, με τέσσερις δυνατές απαντήσεις η καθεμία τις α, β, γ και δ. Η σωστή απάντηση στην πρώτη ερώτηση είναι η α και στη δεύτερη η δ. Ένας μαθητής επιλέγει τυχαία την απάντηση για καθεμία από τις δύο ερωτήσεις.

α) Για το παραπάνω πείραμα τύχης, να γράψετε έναν κατάλληλο δειγματικό χώρο που να περιέχει όλες τις δυνατές απαντήσεις στις δύο ερωτήσεις. (Μονάδες 5)

β) Να βρείτε τις πιθανότητες των παρακάτω ενδεχομένων:

- i. ο μαθητής απάντησε σωστά στην πρώτη ερώτηση, (Μονάδες 5)
- ii. ο μαθητής απάντησε σωστά στη δεύτερη ερώτηση, (Μονάδες 5)
- iii. ο μαθητής απάντησε σωστά και στις δύο ερωτήσεις, (Μονάδες 5)
- iv. ο μαθητής δεν απάντησε σωστά σε καμία από τις δύο ερωτήσεις. (Μονάδες 5)

**27454.** Ένα μη αμερόληπτο ζάρι με δειγματικό χώρο  $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  είναι φτιαγμένο έτσι, ώστε η πιθανότητα του απλού ενδεχομένου {6} να είναι ίση με  $\frac{1}{3}$ . Για τις άλλες 5 έδρες του ισχύουν τα εξής:

Τα απλά ενδεχόμενα {1}, {3}, {5} είναι ισοπίθανα και η πιθανότητα του ενδεχομένου  $A = \{1, 3, 5\}$  είναι ίση με  $\frac{1}{6}$ . Τα απλά ενδεχόμενα {2} και {4} είναι επίσης ισοπίθανα.

α) Να αποδείξετε ότι:

$$\text{i. } P(\{1\}) = P(\{3\}) = P(\{5\}) = \frac{1}{18} \quad \text{ii. } P(\{2\}) = P(\{4\}) = \frac{1}{4} \quad (\text{Μονάδες 10})$$

β) Σε μία τυχαία ρίψη του ζαριού, να βρείτε την πιθανότητα των ενδεχομένων:

i. A: «το αποτέλεσμα της ρίψης είναι άρτιος»

ii. B: «το αποτέλεσμα της ρίψης είναι 3 ή 4» (Μονάδες 10)

γ) Αν το ζάρι είναι αμερόληπτο με δειγματικό χώρο  $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ , να βρείτε την πιθανότητα του ενδεχομένου B του ερωτήματος β) ii. και να συγκρίνετε τα δύο αποτελέσματα. (Μονάδες 05)

## Συνδυαστική

### 4ο Θέμα

**27336.** Η τράπουλα αποτελείται από 52 φύλλα τα οποία χωρίζονται σε τέσσερις φυλές: τις κούπες, τα καρό, τα μπαστούνια και τα σπαθιά. Κάθε φυλή έχει 13 φύλλα με τις παρακάτω ενδείξεις:

2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, βαλές (J), ντάμα (Q), ρήγας (K) και άσος (A).

α) Να αποδείξετε ότι το πλήθος των συνδυασμών των 52 φύλλων ανά 4 είναι 270.725.

(Μονάδες 9)

β) Από μια καλά ανακατεμένη τράπουλα επιλέγουμε τυχαία τέσσερα φύλλα. Να βρείτε τις πιθανότητες να πάρουμε:

i. τέσσερα 10 (δεκάρια), (Μονάδες 8)

ii. Τέσσερα φύλλα με την ίδια ένδειξη. (Μονάδες 8)