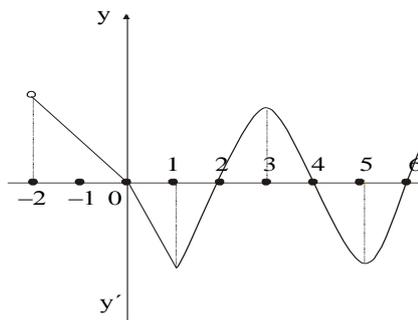


## Διαγώνισμα στο 1ο Κεφάλαιο

### ΘΕΜΑ Α

Στο διπλανό σχήμα παρουσιάζεται η γραφική παράσταση μιας συνεχούς συνάρτησης  $f$ . Να χαρακτηρίσετε με (Σ) ή (Λ) τις προτάσεις που ακολουθούν:



- |  |   |   |
|--|---|---|
| 1. Το πεδίο ορισμού της $f$ είναι $[-2, 7]$  | Σ | Λ |
| 2. Το πεδίο ορισμού της $f$ είναι $(-2, 7]$  | Σ | Λ |
| 3. Στο διάστημα $(2, 4)$ , η συνάρτηση $f$ παρουσιάζει τοπικό μέγιστο για $x = 3$ .                                    | Σ | Λ |
| 4. Ισχύει ότι $f'(3) \neq 0$ .   | Σ | Λ |
| 5. Ισχύει ότι $f'(x) > 0$ για $x \in (2, 3)$ και $f'(x) > 0$ για $x \in (3, 4)$ .                                      | Σ | Λ |
| 6. Στο διάστημα $(2, 3)$ η $f$ είναι γνησίως αύξουσα και στο διάστημα $(3, 4)$ είναι γνησίως φθίνουσα                  | Σ | Λ |
| 7. Ισχύει ότι $f'(5) \neq 0$ .   | Σ | Λ |
| 8. Οι εφαπτόμενες της γραφικής παράστασης της $f$ στα σημεία $(3, f(3))$ και $(5, f(5))$ είναι παράλληλες μεταξύ τους. | Σ | Λ |

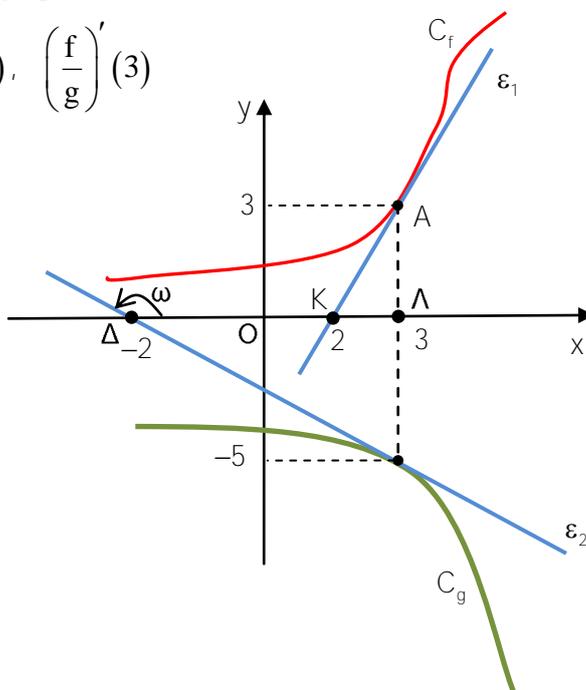
μ 8x3

### ΘΕΜΑ Β

Στο παρακάτω σχήμα δίνονται οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων  $f, g$ , καθώς επίσης και οι εφαπτομένες  $\varepsilon_1, \varepsilon_2$  στα σημεία  $A(3, 3)$  και  $B(3, -5)$  αντίστοιχα. Να υπολογιστούν τα

$$(f-g)'(3), (f \cdot g)'(3), \left(\frac{f}{g}\right)'(3)$$

μ 3x8



### ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = 2e^{\lambda x} - 1$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .

- Γ1. Να βρείτε τις τιμές του  $\lambda \in \mathbb{R}$  για τις οποίες ισχύει  $f''(x) - \lambda^2 f(x) = 4$  για κάθε  $x \in \mathbb{R}$ . μ 3
- Γ2. Δίνεται η συνάρτηση  $h(x) = f(x) - 2\lambda^2 x - 1$ . Να βρείτε τη τιμή του  $\lambda > 0$  για την οποία το ελάχιστο της  $h$  παίρνει τη μέγιστη τιμή του. μ 7  
Εστω  $\lambda = 2$ .
- Γ3. Να αποδείξετε ότι η εφαπτομένη της  $C_f$  στο  $A$  σχηματίζει με τους άξονες τρίγωνο με εμβαδό  $\frac{1}{8}$ . μ 6
- Γ4. Δίνεται η συνάρτηση  $g(x) = f(x) - 4x - 1$ .
- i. Να μελετήσετε τη  $g$  ως προς τη μονοτονία και τα ακρότατα. μ 5
- ii. Να αποδείξετε ότι η κλίση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της  $g$  διαρκώς αυξάνεται. μ 5

### ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = x^2 + 4x + 2$ ,  $x > 0$ .

- Δ1. Να βρείτε σημείο της  $C_f$  με θετική τετμημένη, στο οποίο η εφαπτομένη της σχηματίζει με τους άξονες τρίγωνο με ελάχιστο εμβαδό. μ 6
- Δ2. Ένα υλικό σημείο κινείται επί της  $C_f$  και η τετμημένη του αυξάνεται με ρυθμό 1 cm/sec.
- i. Να βρείτε το ρυθμό μεταβολής της τεταγμένης του τη χρονική στιγμή που διέρχεται από το σημείο  $A(1,7)$ . μ 5
- ii. Να βρείτε το ρυθμό μεταβολής της γωνίας  $\angle NOx = \theta$ , τη χρονική στιγμή που διέρχεται από το  $A$ . μ 7
- Δ3. Να υπολογίσετε τα όρια: i.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{f'(x)} - 2}{x}$  ii.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + f(x) - 8}{x^2 - 1}$  μ 4+4

**Καλή τύχη!**