ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΤΙΣ ΤΑΥΤΟΤΗΤΕΣ

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΙΚΟΥ ΤΥΠΟΥ

1. Να συμπληρώσετε τα κενά στις παρακάτω ισότητες:

i. $6x+12=6(.....)$

ii. $-3x^3+6x^2=.....(x-2)$

iii. $4x^3-4x=....(....+....)(....-....)$

iv. $(3x+....)^2=....+12x+....$

v. $x^2+6x+9=(....+....)^2$

vi. $x^3-3x^2+3x-1=(....-....)^3$

vii. $(....-1)(....+x+1)=x^3-....$

ii. $2x^2-8x=.....(x-4)$

iv. $x^2-25=(....-....)(....+....)$

vi. $2x^2-10=2(....+....)(....-....)$

viii. $(....-....)^2=4x^6-.....+16$

x. $(x+....)^3=.....+6x^2+12x+....$

xii. $x^3-....=(....-2)(....+....+....)$

xiv. $2x^3+16=....(....+....)(....-....+....)$

ΤΑΥΤΟΤΗΤΕΣ

2. Να βρείτε τα αναπτύγματα:

i. $(x + y)^2$ ii. $(x+1)^2$ iii. $(\alpha + 11)^2$ iv. $(4x + y)^2$ v. $(3x + 7y)^2$

vi. $(5\alpha + 9\beta)^2$ vi. $\left(x+\frac{1}{x}\right)^2$ vi. $\left(3x+\frac{1}{3x}\right)^2$ vii. $\left(\frac{1}{2}x+\sqrt{3}y\right)^2$ viii. $\left(a^2+\frac{1}{3}\beta^2\right)^2$

ix. $\left(x^3+\frac{1}{4}y^2\right)^2$ x. $(\alpha x + 2y\beta)^2$

3. Να βρείτε τα αναπτύγματα:

i. $(x - y)^2$ ii. $(x-1)^2$ iii. $(8-\alpha)^2$ iv. $(5\kappa-\lambda)^2$

v. $(3x + 7y)^2$ vi. $(8\nu-3\mu)^2$ vi. $\left(x-\frac{1}{x}\right)^2$ vi. $(2\alpha^2-4)^2$

vii. $(2-\alpha\beta)^2$ viii. $(0,5\alpha - 0,8\beta)^2$ ix. $(0,5\alpha - 0,8\beta)^2$ x. $(3,5x^2 - l,6y)^2$

xi. $\left(\frac{1}{3}x-2y\right)^2$ xii. $\left(a^2-\frac{1}{9}\beta^3\right)^2$ xiii. $(-\alpha-\beta)^2$ xiv. $(-4\kappa + 3\lambda)^2$

xv. $(\alpha\beta - \gamma\delta)^2$ xvi. $(\alpha\beta\gamma - 1)^2$ xvii. $(3 - 2\kappa\lambda)^2$ xviii. $\left(-\frac{1}{3}\alpha^2\beta^3-2\alpha\beta^2\right)^2$

4. Να υπολογιστούν οι παραστάσεις:

i. $\left(1+\sqrt{2}\right)^2$ ii. $\left(\sqrt{3}-1\right)^2$ iii. $\left(2\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)^2$ iv. $\left(\frac{1}{4}\sqrt{2}-1\right)^2$

v. $\left(\frac{3}{4}\sqrt{2}+\frac{1}{2}\sqrt{3}\right)^2$ vi. $\left(\frac{\sqrt{5}}{2}+\frac{2}{\sqrt{5}}\right)^2$ vii. $\left(\frac{\sqrt{7}}{3}-\frac{3}{\sqrt{7}}\right)^2$

5. Να βρεθούν τα αναπτύγματα:

i. $\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)^2$ ii. $\left(\sqrt{x}-\sqrt{y}\right)^2$ iii. $\left(\sqrt{x+y}+\sqrt{x-y}\right)^2, x\geq y$

iv. $\left(\sqrt{2x-1}-\sqrt{x+3}\right)^2, x\geq 1$ v. $\left(3\sqrt{a^2+\beta^2}-2\sqrt{\alpha^2-\beta^2}\right)^2$, α > β

6. Να βρείτε τα αναπτύγματα:

i. $(-\alpha+1)^3$ ii. $(2\alpha + 1)^3$ iii. $(-\alpha-1)^3$ iv. $(3x-2y)^3$

v. $(x + 3y)^3$ vi. $(xy-3)^3$ vii. $(x^2y-y^2)^3$ viii. $\left(x+\frac{1}{x}\right)^3$

ix. $\left(x-\frac{1}{x}\right)^3$ x. $\left(-3a^2+\frac{1}{3}\right)^3$ xi. $\left(\frac{x}{y}-\frac{y}{x}\right)^3$ xii. $\left(ax-\frac{a}{x}\right)^3$

xiii. $(x\sqrt{y}-y\sqrt{x})^2, x, y\geq 0$.

7. Να βρείτε τα αναπτύγματα:

i. $\left(\sqrt{3}+1\right)^3$ ii. $\left(\sqrt{2}-1\right)^3$ iii. $\left(2\sqrt{3}-\sqrt{5}\right)^3$

iv. $\left(2+3\sqrt{2}\right)^3$ v. $\left(a\sqrt{3}+\sqrt{3\alpha}\right)^3, \mu\varepsilon\ \alpha\geq 0$ vi. $\left((4\sqrt{3}-3\sqrt{4}\right)^3$

8. Να βρείτε τα αναπτύγματα:

i. $(x + y + z)^2$ ii. $(x + y-z)^2$ iii. $(x -y + z)^2$ iv. $(-x + y-z)^2$

v. $(2\alpha-3\beta-1)^2$ vi. $(x^2 + 4x + 3)^2$ vii. $\left(x+\frac{1}{x}+1\right)^2$ viii. $\left(x-\frac{1}{x}-1\right)^2$

ix. $(x + y + z)^3$ x. $(x-y + z)^3$ xi. $(3\alpha-\beta + 1)^3$ xii. $\left(x+\frac{1}{x}+2\right)^3$

xiii. $\left(x-1+\sqrt{2}\right)^2$ xiv. $\left(x^2-\frac{1}{x^2}+1\right)^3$

9. Να βρείτε τα παρακάτω αναπτύγματα :

$i)(2xy-3)^2$ $ii)\ (2ax+3\beta y)^2$ $iii)\left(\frac{x}{a}-\frac{\beta}{x}\right)^2, (a, x\neq 0)$

$iv)(x-2y+z)^2$ $v)\ (x^2+x+1)^2$ $vi)\left(x-\frac{1}{2}y+\frac{1}{4}z\right)^2$

$vii)\,(2a-\beta)^3$ $viii)\ (3x+2y)^3$ $ix)\ \left(\frac{a}{3}-1\right)^3$

10. Να κάνετε τις πράξεις:

i. $(x + y)(y-x) - (x + y)^2$ ii. $(2x+1)^2 – 4x^2-1$

iii. $(1-x)(1+x) + x^2$ iv. $(\alpha + 3\beta)^2 - (\alpha^2 - 6\alpha\beta + 9\alpha\beta^2)$

v. $(x + y)^2 + (x-y)^2 -(x-y)(x + y)$ vi. $(x-y)^2 -(y-x)^2$

vii. $(2x-3y)^2 - (2x + 3y)^2 + 6x(2y+l)$ viii. $2(4x-3y)^2 - 3(y-2x)(2x+y)-4(x+2y)^2$

ix. $(x-1)^2 + (x+1)^2-2x^2$ x. $3(x-3)^2-2(x-1)^2+2(x+1)^2-3(x+3)^2$

11. Να κάνετε τις πράξεις:

i. $(x + y-z)(x + y + z)$ ii. $(\alpha-\beta + \gamma)(\alpha-\beta-\gamma)$

iii. $(x^2-x-2)(x^2 + x + 2)$ iv. $(\alpha + \beta + \gamma)(\alpha-\beta + \gamma)$

v. $(1+\sqrt{2}+\sqrt{3})(1+\sqrt{2}-\sqrt{3})$

vi. $\left(\sqrt{3}+\sqrt{5}-2\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{3}+\sqrt{5}+2\sqrt{2}\right)$

12. Να βρεθούν τα γινόμενα:

i. $[x^2-2(x+1)]\cdot[x^2+2(x+1)]$

ii. $(\alpha-3)(\alpha+3)(\alpha^2-3\alpha+9)(\alpha^2+3\alpha+9)$

iii. $(\alpha-\beta)(\alpha+\beta)(\alpha^2+\beta^2)$

iv. $(x+2)(x-2)(x^2-2x+4)(x^2+2x+4)$

<u>ΑΠΟΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ</u>

13. Να αποδείξετε ότι:

i. $(\alpha+4)^2+(2\alpha+3)^2=\alpha^2+(2\alpha+5)^2$

ii. $(\alpha-3\beta)^2-(\beta-3\alpha)^2+8(\alpha-\beta)(\alpha+\beta)=0$

iii. $(x+2y)^2-(2x+y)^2=3(y-x)(x+y)$

iv. $2(2x-1)^3-(x-2)(4x+1)^2=27x$

14. Να αποδείξετε τις ταυτότητες :

i. $x(x-1)-(1-x)^2=x-1$

ii. $4\alpha^2(\beta^2-1)-4\beta^2(\alpha^2-1)=4(\beta-\alpha)(\beta+\alpha)$

iii. $(\alpha^2-\beta^2)(\alpha^2+\alpha\beta+\beta^2)-\alpha^4+\beta^4=\alpha\beta(\alpha^2-\beta^2)$

15. Να αποδείξετε τις ταυτότητες:

i. $\left(\frac{x-3}{2}\right)^3-\left(\frac{x+3}{2}\right)^3=-\frac{9(x^2+3)}{4}$

ii. $\left(\frac{x-3}{3}\right)^3+\left(\frac{x+3}{3}\right)^3=\frac{2x(x^2+27)}{27}$

16. Να αποδείξετε ότι:

i. $(\alpha-\beta-\gamma)^2=\alpha^2+\beta^2+\gamma^2-2\alpha\beta+2\beta\gamma-2\gamma\alpha$

ii. $(\alpha^2+\beta^2)(x^2+y^2)-(\alpha y-\beta x)^2=(\alpha x+\beta y)^2$

iii. $(\alpha-\beta)^2-(\alpha+\beta)^2=-4\alpha\beta$

iv. $(\alpha^2+\beta^2)^2-(\alpha^2-\beta^2)^2=(2\alpha\beta)^2$

v. $(\alpha-\beta-\gamma)^2-(\gamma-\alpha+\beta)^2=0$

vi. $(\alpha-\beta)^3+3\alpha\beta(\alpha-\beta)=\alpha^3-\beta^3$

17. Να αποδείξετε τις ταυτότητες:

i. $(x^2+4)(y^2+1)-(xy+2)^2=(2y-x)^2$

ii. $(2x+y)^2+(y+l)^2+(l+2x)^2-4x^2-y^2-l=(2x+y+l)^2$

iii. $(\alpha-3y)^2-(y-3\alpha)^2+8\alpha^2=8y^2$

iv. $(x-y)^2+(y-z)^2+(z+x)^2-x^2-y^2-z^2=(x-y+z)^2$

18. Να αποδείξετε τις ταυτότητες:

i. $(\alpha+\beta)^3-(\alpha-\beta)^2(\alpha+\beta)=4\alpha\beta(\alpha+\beta)$

ii. $x^4-y^4-(x-y)^3(x+y)=2xy(x^2-y^2)$

iii. $\alpha x(x^2-\alpha^2)+\alpha^3(x+\alpha)=\alpha(x^3+\alpha^3)$

19. Να αποδείξετε ότι:

i. $(3\alpha-\beta)^3+3(3\alpha-\beta)^2(\beta-\alpha)++3(3\alpha-\beta)(\beta-\alpha)^2+(\beta-\alpha)^3=8\alpha^3$

ii. $(\alpha+\beta+\gamma)^2+(\alpha-\beta-\gamma)^2-(\alpha+\beta-\gamma)^2-(\alpha-\beta+\gamma)^2=8\beta\gamma$

20. Να αποδείξετε ότι:

i. $2\alpha^2\beta(\alpha+\beta)=\alpha^4-\beta^4-(\alpha+\beta)^2(\alpha-\beta)^2+2\beta(\alpha^3+\beta^3)$

ii. $(y-x-\omega)^2+(x-y)^2+4xy==(x+y)^2+(x-y+\omega)^2$

21. Να αποδείξετε ότι:
i. αν $\alpha + \gamma = 2\beta$, τότε $(\alpha-\beta)^2 + 2\beta^2 + (\beta-\gamma)^2 = 2\alpha^2-4\beta(\alpha-\beta)$
ii. αν $\alpha\cdot\gamma = \beta^2$, τότε $\gamma(\alpha - \beta)^2 = \alpha(\beta - \gamma)^2$

22. Να αποδείξετε ότι αν $x+\frac{1}{x}=2$, τότε $x^4+\frac{1}{x^4}=x^2+\frac{1}{x^2}$

23. Να αποδείξετε τις ταυτότητες:

α) $\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)^2-\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)^2=\alpha\beta$

β) $\left[\frac{x(x+1)}{2}\right]^2-\left[\frac{x(x-1)}{2}\right]^2=x^2$

γ) $(\alpha-\beta)^2-(\beta-\gamma)^2 + (\gamma-\alpha)^2 = 2(\alpha-\gamma)(\alpha-\beta)$

δ) $(\alpha + \beta + \gamma)^2-(\alpha + \beta-\gamma)^2+ (\alpha - \beta + \gamma)^2 - (\alpha - \beta - \gamma)^2 =8\alpha\gamma$

<u>ΤΑΥΤΟΤΗΤΕΣ ΥΠΟ ΣΥΝΘΗΚΗ</u>

24. Αν ισχύει $(\alpha+\beta)^2-(\alpha-\beta)^2=4$,να αποδείξετε ότι $\alpha\cdot\beta=1$.

25. Αν ισχύει $(\alpha+1)^2-(\beta-1)^2-(\alpha-\beta)(\alpha+\beta)=6$,να αποδείξετε ότι $\alpha+\beta=3$.

26. Αν ισχύει $\alpha^2+\beta^2=2$,να αποδείξετε ότι $(\alpha+2\beta)^2+(2\alpha-\beta)^2=10$.

27. Αν ισχύει α+β=1 ,να αποδείξετε ότι $\alpha^3(\beta+1)-\beta^3(\alpha+1)=\alpha-\beta$.

28. Αν ισχύει α-β=2 ,να αποδείξετε ότι $\alpha^3-3\alpha^2=\beta^3+3\beta^2-4$.

29. Αν ισχύει $(\alpha+\beta)\left(\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}\right)=4$, με α,β≠0 ,να αποδείξετε ότι α=β.

30. Αν ισχύει α+β+γ=0 ,να αποδείξετε ότι $\alpha^2+\beta^2-\gamma^2=-2\alpha\beta$.

31. Αν για τους αριθμούς α,β,γ ≠0 ισχύει α+β+γ=0 ,να αποδείξετε ότι $\left(\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}+\frac{1}{\gamma}\right)^2=\frac{1}{\alpha^2}+\frac{1}{\beta^2}+\frac{1}{\gamma^2}$.

32. Για τους πραγματικούς αριθμούς α,β,γ ισχύει : $(\alpha+\beta)^2-2\beta(\alpha+\beta)=2(\alpha-\beta)(\alpha+\beta)$.
i. Να αποδείξετε ότι $\alpha^2=\beta^2$
ii. Να βρείτε την τιμή της παράστασης $A = \alpha^{2010}-\beta^{2010}$

33. Αν ισχύει α+β+γ=x ,να αποδείξετε ότι $(x-3\alpha)^3+(x-3\beta)^3+(x-3\gamma)^3=3(x-3\alpha)\cdot(x-3\beta)(x-3\gamma)$.

34. Αν για τους αριθμούς α,β,γ ≠0 ισχύουν α+β+γ=3 και $\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}+\frac{1}{\gamma}=0$

i.Να βρείτε την τιμή της παράστασης Α=αβ+βγ+γα
ii.Να αποδείξετε ότι $\alpha^2+\beta^2+\gamma^2=9$

35. Για τους πραγματικούς αριθμούς α,β ≠0 ισχύει : $(\alpha^2+\beta^2)^3=(\alpha^3+\beta^3)^2$.
Να αποδείξετε ότι $\frac{\alpha}{\beta}+\frac{\beta}{\alpha}=\frac{2}{3}$.

36. Αν ισχύει α+β+γ=0 ,να αποδείξετε ότι :
i. α(α+β)(α+γ) = β(β+γ)(β+α)
ii. $(\alpha+\beta)^2+(\beta+\gamma)^2+(\gamma+\alpha)^2=\alpha^2+\beta^2+\gamma^2$.

ΑΠΑΓΩΓΗ ΣΕ ΑΤΟΠΟ

37. Αν ο αριθμός x^2 είναι άρρητος ,να αποδείξετε ότι ο αριθμός x είναι άρρητος.

38. Ο αριθμός α είναι ακέραιος.Να αποδείξετε ότι :
i. αν ο αριθμός $(\alpha+3)^2$ είναι άρτιος ,τότε ο αριθμός α είναι περιττός,
ii. αν ο αριθμός $(\alpha-6)^2$ είναι άρτιος ,τότε ο αριθμός α είναι άρτιος.

39. Οι αριθμοί α και β είναι ακέραιοι.Αν ο αριθμός $(\alpha+2\beta+1)^2$ είναι άρτιος,να αποδείξετε ότι ο αριθμός α είναι περιττός.

40. Δίνονται οι ακέραιοι αριθμοί α και β .Αν οι αριθμοί β και $\alpha^2+\beta^4$ είναι άρτιοι, να αποδείξετε ότι ο αριθμός α είναι άρτιος .

41. Δίνονται οι ακέραιοι αριθμοί α και β . Αν οι αριθμοί β και $\alpha^2+\beta^2$ είναι περιττοί , να αποδείξετε ότι ο αριθμός α είναι άρτιος .

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΟΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΙ ΜΕ ΤΗ ΒΟΗΘΕΙΑ ΤΑΥΤΟΤΗΤΩΝ

42. Με τη βοήθεια των ταυτοτήτων να βρείτε τις παρακάτω τιμές:
i. 99^2 ii. 1001^2 iii. 10^6-999^2 iv. $997\cdot1003$
v. $999^2+2\cdot999+1$ vi. $97^2+6\cdot97+9$

43. i.Να αποδείξετε την ταυτότητα : $\alpha^2-(\alpha-2)(\alpha+2)=4$
ii.Να βρείτε την τιμή της παράστασης : $A=3{,}12345^2-1{,}12345\cdot5{,}12345$

44. i.Αν α,β≠0 ,να αποδείξετε ότι : $\dfrac{\alpha^3-\beta^3}{(\alpha+\beta)^2-\alpha\beta}=\alpha-\beta$
ii. Να βρείτε την τιμή της παράστασης : $A=\dfrac{99^3-19^3}{118^2-99\cdot19}$.

45. i.Να αποδείξετε την ταυτότητα : $\left(\dfrac{\alpha+\beta}{2}\right)^2-\left(\dfrac{\alpha-\beta}{2}\right)^2=\alpha\beta$
ii.Να βρείτε το άθροισμα των ψηφίων του αριθμού : $x=\left(\dfrac{5^{2012}+2^{2011}}{2}\right)^2-\left(\dfrac{5^{2012}-2^{2011}}{2}\right)^2$

46. i.Να αποδείξετε την ταυτότητα : $(\alpha+\beta)(\alpha-\beta)-(\alpha+\gamma)(\alpha-\gamma)=(\gamma-\beta)(\gamma+\beta)$
ii.Να βρείτε την τιμή της παράστασης: $A=2014\cdot2010-2013\cdot2011$.

47. i.Να αποδείξετε την ταυτότητα : $(\alpha-\beta)(\alpha+\beta)(\alpha^2+\beta^2=\alpha^4-\beta^4$
ii.Να βρείτε την τιμή της παράστασης: $A=99\cdot101\cdot10001$.

Askisopolis

ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΙ ΤΙΜΩΝ ΠΑΡΑΣΤΑΣΕΩΝ ΜΕ ΣΥΝΘΗΚΗ

48. α)Να αποδείξετε τις ταυτότητες :

i)$\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta$ ii)$\alpha^2+\beta^2=(\alpha-\beta)^2+2\alpha\beta$

β) Αν $x+\frac{2}{x}=3$,να βρείτε την τιμή της παράστασης $A=x^2+\frac{4}{x^2}$,

γ) Αν $y-\frac{1}{y}=4$,να βρείτε την τιμή της παράστασης $B=y^2+\frac{1}{y^2}$.

49. i.Να αποδείξετε την ταυτότητα : $\alpha^3+\beta^3=(\alpha-\beta)^3+3\alpha\beta(a+\beta)$.

ii Αν $x-\frac{1}{x}=2$,να βρείτε την τιμή της παράστασης $A=x^3-\frac{1}{x^3}$.

50. Αν ισχύει $x+y=\frac{7}{2}$ και $x\cdot y=-\frac{3}{2}$,να βρείτε τις τιμές των παραστάσεων :

i. $A=x^2+y^2$ ii. $B=(x-y)^2$ iii. $\Gamma=\frac{1}{x^2}+\frac{1}{y^2}$ iv. $\Delta=\left(x+\frac{1}{x}\right)^2+\left(y+\frac{1}{y}\right)^2$.

51. Αν ισχύει $\alpha+\frac{1}{\alpha}=2$,να βρείτε τις τιμές των παραστάσεων :

i. $A=\alpha^2+\frac{1}{\alpha^2}$ ii. $B=\alpha^3+\frac{1}{\alpha^3}$ iii. $\Gamma=\alpha^4+\frac{1}{\alpha^4}$ iv. $\Gamma=\alpha^7+\frac{1}{\alpha^7}$

52. Αν ισχύει α+β=4 και $\alpha^2+\beta^2=9$,να βρείτε τις τιμές των παραστάσεων :

i.Α=αβ ii. Β= $\alpha^3+\beta^3$

53. Αν ισχύει α+β=3 και $\alpha^3+\beta^3=18$,να βρείτε τις τιμές των παραστάσεων :

i. $A=\alpha^2-\alpha\beta+\beta^2$ ii. Β=αβ iii.Γ= $\alpha^2+\beta^2$ iv.Δ =$(\alpha-\beta)^2$

54. Αν ισχύει $\left(x+\frac{1}{x}\right)^2=3$,όπου x≠0 ,να βρείτε τις τιμές των παραστάσεων :

i. $A=x^2+\frac{1}{x^2}$ ii. $B=x^3+\frac{1}{x^3}$

ΣΥΝΔΥΑΣΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ

55. Για τους αριθμούς α και β ισχύει : $(\alpha+\beta)^2-(\alpha-\beta)(\alpha+\beta)=-2(1-\beta)(\beta+1)$

i.Να βρείτε τον αριθμό $\alpha^{2011}\cdot\beta^{2011}$

ii.Να βρείτε την τιμή της παράστασης : $A=(\alpha-\beta-3)^2-(\alpha-3)^2-(\beta+3)^2$.

56. Για τους αριθμούς α και β ισχύουν οι σχέσεις : $(-1)^{2012}\cdot(\alpha+\beta)^2+(-1)^{2011}\cdot(\alpha-\beta)^2=4$ (1)

Και $(\alpha-\beta-1)(\alpha+\beta-1)=-2(1+\alpha-\alpha^2)$ (2)

α)Να αποδείξετε ότι οι αριθμοί α και β είναι αντίστροφοι

β)Να υπολογίσετε το άθροισμα $\alpha^2+\beta^2$

γ).Να βρείτε τις τιμές των παραστάσεων :

i. $A=(a+\beta)^2$ ii. $B=\alpha^4+\beta^4$

Askisopolis

57. Δίνονται οι παραστάσεις $K=(-\alpha-1)^3+\alpha\left[(\alpha+1)^2+\alpha\right]+1$ και $\Lambda=\left[\alpha^{-1}-(-1)^{99}\right]^2-(\alpha^{-2}+7)$,όπου α≠0.

α)Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις Κ και λ

β) Αν ισχύει Κ = Λ ,να βρείτε τις τιμές των παραστάσεων:

i. $A=a^2+a^{-2}$ ii. $B=a^3+\frac{1}{a^3}$ iii. $\Gamma=a^4+\frac{1}{a^4}$ iv. $A=a^6+a^{-6}$

58. Για τους αριθμούς α,β,γ ισχύει : α+β+γ=0 και $\alpha^3+\beta^3+\gamma^3=6$

i.Να αποδείξετε ότι : $(\alpha+\gamma)^2=\beta^2$

ii.Να βρείτε την τιμή του γινομένου αβγ,

iii.Να βρείτε την τιμή της παράστασης $A=(\alpha\gamma+\beta)^2-(\alpha+\gamma)^2+(1-\alpha\gamma)(1+\alpha\gamma)$

Askisopolis