

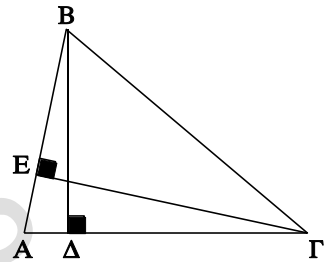
Θέματα τύπου γραπτών προαγωγικών εξετάσεων

Μαθηματικά Β' Γυμνασίου

Θεωρία Α

1. Να διατυπώσετε το πυθαγόρειο θεώρημα.
2. Να διατυπώσετε το αντίστροφο του πυθαγορείου θεωρήματος.
3. Με τη βοήθεια του παρακάτω σχήματος να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στη κόλα σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

- α) $B\Gamma^2 = AB^2 + A\Gamma^2$
- β) $AB^2 = A\Delta^2 + B\Delta^2$
- γ) $\Delta\Gamma^2 = B\Gamma^2 + B\Delta^2$
- δ) $B\Delta^2 + \Delta\Gamma^2 = BE^2 + E\Gamma^2$
- ε) $AE^2 = E\Gamma^2 - A\Gamma^2$



Θεωρία Β

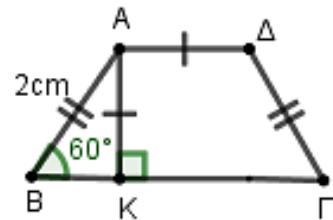
1. Πότε δύο ποσά λέγονται ανάλογα;
2. Τι σχήμα είναι η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = ax$; Τι εξίσωση έχει ο άξονας $x'x$;
3. Τι ονομάζεται κλίση της ευθείας $y = ax$;
4. Τι παριστάνει μια εξίσωση της μορφής $ax + by = \gamma$ με $a \neq 0$ ή $b \neq 0$; Πως βρίσκουμε τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης μιας τέτοιας εξίσωσης με τους άξονες;

1η Άσκηση

Στο ισοσκελές τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$ του διπλανού σχήματος είναι $AB = 2\text{cm}$, $\hat{B} = 60^\circ$, $AK = A\Delta$, όπου AK το ύψος του.

- α) Να δείξετε ότι $A\Delta = 1,7\text{cm}$
- β) Να δείξετε ότι $B\Gamma = 3,7\text{cm}$.
- γ) Να βρείτε το εμβαδόν του τραpezίου.

Δίνεται ότι $\eta\mu 60^\circ = 0,85$, $\sigma\upsilon\nu 60^\circ = 0,5$.



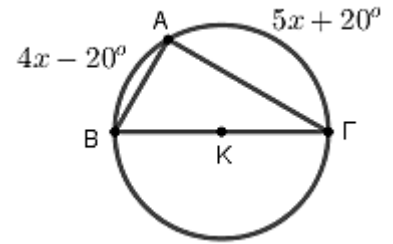
2η Άσκηση

Δίνεται η εξίσωση $\frac{x-1}{2} - \frac{x-3}{4} = 6 - \frac{x-2}{3}$.

- α) Να λύσετε την εξίσωση.
- β) Αν η λύση της εξίσωσης είναι λύση και της $ax - \frac{x+1}{4} = 2a + 6$, να βρείτε τον αριθμό a .

3η Άσκηση

Στον κύκλο του διπλανού σχήματος το τόξο AB είναι $4x - 20^\circ$ και το τόξο AG είναι $5x + 20^\circ$ και η $B\Gamma$ είναι διάμετρος του κύκλου. Αν η χορδή AB είναι 2cm , τότε:



- Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου $AB\Gamma$.
- Να υπολογίσετε τη περίμετρο και το εμβαδόν του τριγώνου.
- Να βρείτε το μήκος του κύκλου και το εμβαδόν του κυκλικού δίσκου.

Δίνεται ότι $\sqrt{12} = 3,5$

Από τις δύο θεωρίες να απαντήσετε σε μία και από τις τρεις ασκήσεις να απαντήσετε σε δύο.

Στέλιος Μιχαήλογλου

Λύσεις

Θεωρία Α

1. Σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο το άθροισμα των τετραγώνων των δύο κάθετων πλευρών είναι ίσο με το τετράγωνο της υποτεινούς.
2. Αν σε ένα τρίγωνο, το τετράγωνο της μεγαλύτερης πλευράς είναι ίσο με το άθροισμα των τετραγώνων των δύο άλλων πλευρών, τότε η γωνία που βρίσκεται απέναντι από τη μεγαλύτερη πλευρά είναι ορθή.
3. α) Λ β) Σ γ) Λ δ) Σ ε) Λ

Θεωρία Β

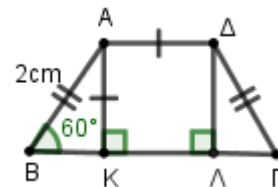
1. Δύο ποσά λέγονται ανάλογα, όταν πολλαπλασιάζοντας τις τιμές του ενός ποσού με έναν αριθμό, τότε και οι αντίστοιχες τιμές του άλλου πολλαπλασιάζονται με τον ίδιο αριθμό.
2. Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = ax$ είναι μία ευθεία που διέρχεται από την αρχή O των αξόνων. Ο άξονας x' x είναι η ευθεία με εξίσωση $y = 0x$, δηλαδή $y = 0$.
3. Κλίση της ευθείας $y = ax$ είναι ο αριθμός a για τον οποίο ισχύει ότι $a = \frac{y}{x}$, $x \neq 0$.
4. Μια εξίσωση της μορφής $ax + by = \gamma$, με $a \neq 0$ ή $b \neq 0$ παριστάνει ευθεία.
Γνωρίζουμε ότι ο άξονας x' x έχει εξίσωση $y = 0$. Επομένως, για να βρούμε το σημείο στο οποίο η ευθεία $ax + by = \gamma$, με $a \neq 0$ ή $b \neq 0$ τέμνει τον άξονα x' x , θέτουμε $y = 0$ και υπολογίζουμε την τετμημένη του x .
Γνωρίζουμε ότι ο άξονας y' y έχει εξίσωση $x = 0$. Επομένως, για να βρούμε το σημείο στο οποίο η ευθεία $ax + by = \gamma$, με $a \neq 0$ ή $b \neq 0$ τέμνει τον άξονα y' y , θέτουμε $x = 0$ και υπολογίζουμε την τεταγμένη του y .

1η Άσκηση

1. Στο ορθογώνιο τρίγωνο AKB ισχύει ότι:

$$\eta\mu 60^\circ = \frac{AK}{AB} \quad \text{ή} \quad 0,85 = \frac{AK}{2} \quad \text{άρα} \quad AK = 2 \cdot 0,85 = 1,7\text{cm} .$$

Επειδή $AK = A\Delta$ είναι και $A\Delta = 1,7\text{cm}$



2. Φέρουμε το ύψος $\Delta\Lambda$ του τραπέζιου. Τότε $\Delta\Lambda = AK = 1,7\text{cm}$ και επειδή το τραπέζιο είναι ισοσκελές, είναι $BK = \Lambda\Gamma$.

$$\text{Στο ορθογώνιο τρίγωνο } AKB \text{ ισχύει ότι: } \sigma\upsilon\nu 60^\circ = \frac{BK}{AB} \quad \text{ή} \quad 0,5 = \frac{BK}{2} \quad \text{ή} \quad BK = 2 \cdot 0,5 = 1\text{cm}$$

Τότε $B\Gamma = BK + K\Lambda + \Lambda\Gamma = 3,7\text{cm}$.

$$3. (AB\Gamma\Delta) = \frac{(B\Gamma + A\Delta)AK}{2} = \frac{(3,7 + 1,7) \cdot 1,7}{2} = 4,59\text{cm}^2$$

2η Άσκηση

α)

$$\frac{x-1}{2} - \frac{x-3}{4} = 6 - \frac{x-2}{3}$$

$$12 \cdot \frac{x-1}{2} - 12 \cdot \frac{x-3}{4} = 12 \cdot 6 - 12 \cdot \frac{x-2}{3}$$

$$6(x-1) - 3(x-3) = 72 - 4(x-2)$$

$$6x - 6 - 3x + 9 = 72 - 4x + 8$$

$$6x - 3x + 4x = 72 + 8 + 6 - 9$$

$$7x = 77$$

$$\cancel{7}x = \frac{77}{\cancel{7}}$$

$$x = 11$$

β) Επειδή το 11 είναι λύση της εξίσωσης $ax - \frac{x+1}{4} = 2a + 6$ έχουμε ότι:

$$a \cdot 11 - \frac{11+1}{4} = 2a + 6$$

$$11a - \frac{12}{4} = 2a + 6$$

$$11a - 2a = 6 + 3$$

$$9a = 9$$

$$\cancel{9}a = \frac{9}{\cancel{9}}$$

$$a = 1$$

3η Άσκηση

α) Επειδή η ΒΓ είναι διάμετρος του κύκλου για τα τόξα ΑΒ και ΑΓ ισχύει
ότι:

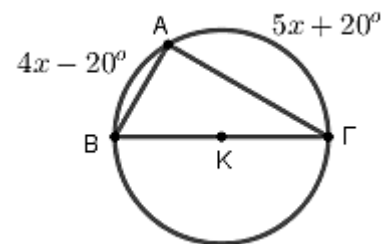
$$AB + A\Gamma = 180^\circ$$

$$4x - 20^\circ + 5x + 20^\circ = 180^\circ$$

$$9x = 180^\circ$$

$$\cancel{9}x = \frac{180^\circ}{\cancel{9}}$$

$$x = 20^\circ$$



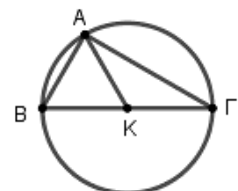
Οπότε $AB = 4 \cdot 20^\circ - 20^\circ = 80^\circ - 20^\circ = 60^\circ$ και $A\Gamma = 5 \cdot 20^\circ + 20^\circ = 100^\circ + 20^\circ = 120^\circ$

Η γωνία \hat{A} είναι ορθή γιατί είναι εγγεγραμμένη σε ημικύκλιο.

Η γωνία \hat{B} είναι εγγεγραμμένη στο τόξο ΑΓ, οπότε $\hat{B} = \frac{120^\circ}{2} = 60^\circ$.

Η γωνία $\hat{\Gamma}$ είναι εγγεγραμμένη στο τόξο ΑΒ οπότε $\hat{\Gamma} = \frac{60^\circ}{2} = 30^\circ$.

β) Στο τρίγωνο ΑΒΚ οι πλευρές ΑΚ και ΚΒ είναι ακτίνες του κύκλου και $\hat{B} = 60^\circ$, οπότε το τρίγωνο είναι ισόπλευρο και $KB = AK = AB = 2\text{cm}$.
Τότε $B\Gamma = 2 \cdot 2\text{cm} = 4\text{cm}$.



Από το πυθαγόρειο θεώρημα έχουμε:

$$B\Gamma^2 = AB^2 + A\Gamma^2$$

$$4^2 = 2^2 + A\Gamma^2$$

$$16 = 4 + A\Gamma^2$$

$$16 - 4 = A\Gamma^2$$

$$A\Gamma^2 = 12$$

$$A\Gamma = \sqrt{12} = 3,5\text{cm}$$

Η περίμετρος του τριγώνου είναι: $AB + B\Gamma + A\Gamma = 2\text{cm} + 4\text{cm} + 3,5\text{cm} = 9,5\text{cm}$

Το εμβαδόν του τριγώνου είναι $E = \frac{\beta \cdot \upsilon}{2} = \frac{AB \cdot A\Gamma}{2} = \frac{2 \cdot 3,5}{2} \text{cm}^2 = 3,5\text{cm}^2$

γ) Το μήκος L του κύκλου είναι $L = 2\pi r = 2 \cdot 3,14 \cdot 2\text{cm} = 12,56\text{cm}$ και

το εμβαδόν του κύκλου είναι $E = \pi r^2 = 3,14 \cdot 2^2 \text{cm}^2 = 3,14 \cdot 4\text{cm}^2 = 12,56\text{cm}^2$