ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ ΣΤΙΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ

Όνομα:……..Επώνυμο:…… Ομάδα: Α

ΘΕΜΑ Α

1. Σε κάθε μια από τις παρακάτω περιπτώσεις να κυκλώσετε το γράμμα Σ αν θεωρείτε τη πρόταση Σωστή ή το γράμμα Λ αν τη θεωρείται Λάθος.

α) Η εξίσωση $2x-6=4$ έχει ρίζα το 5. Σ Λ

β) Η εξίσωση $\left(|x|+1\right)\left(|x|+2\right)=0$ είναι αδύνατη. Σ Λ

γ) Υπάρχουν πραγματικοί αριθμοί x_1 και x_2 που έχουν άθροισμα $S=-10$ και γινόμενο $P=16$ Σ Λ

δ) Αν α,γ ετερόσημοι, τότε οι εξίσωση $\alpha x^2+\beta x+\gamma=0$ έχει δύο ρίζες άνισες. Σ Λ

μονάδες 4x3

2. Η εξίσωση $\lambda x=2-\lambda$, έχει μοναδική λύση όταν:

Α. $\lambda\neq 2$ Β. $\lambda\neq 0$ Γ. $\lambda=2$ Δ. $\lambda=0$

μονάδες 5

3. Να εντοπίσετε το <u>λάθος</u> στο παρακάτω συλλογισμό:

Η εξίσωση $|2x-1|=x-2$ γράφεται ισοδύναμα:

$$|2x-1|=x-2\Leftrightarrow$$

$2x-1=x-2\Leftrightarrow 2x-x=-2+1\Leftrightarrow x=-1$ ή $2x-1=-x+2\Leftrightarrow 2x+x=2+1\Leftrightarrow 3x=3\Leftrightarrow x=1$

Όμως καμία από τις τιμές 1 και – 1 δεν επαληθεύει τη δοθείσα εξίσωση.

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. μονάδες 8

ΘΕΜΑ Β

Να λύσετε τις παρακάτω εξισώσεις : μονάδες 4x10

α) $|x-2|=3$ β) $|x+5|=-2$ γ) $|2x-4|=|x-1|$ δ) $||x|-3|=2$

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται το τριώνυμο $2x^2+5x-1$.

α) Να δείξετε ότι το τριώνυμο έχει δύο άνισες πραγματικές ρίζες μονάδες 7

β) Να βρείτε την τιμή των παραστάσεων: $x_1+x_2, x_1\cdot x_2$ και $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}, x_1^2+x_2^2$ μονάδες 4x5

γ) Να προσδιορίσετε μια εξίσωση 2ου βαθμού που έχει ρίζες τους αριθμούς $\frac{1}{x_1}, \frac{1}{x_2}$ μονάδες 8

Καλή Επιτυχία!

Στέλιος Μιχαήλογλου

ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ ΣΤΙΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ

Όνομα:……..Επώνυμο:…… Ομάδα: Β

ΘΕΜΑ Α

1. Σε κάθε μια από τις παρακάτω περιπτώσεις να κυκλώσετε το γράμμα Σ αν θεωρείτε τη πρόταση Σωστή ή το γράμμα Λ αν τη θεωρείται Λάθος.

α) Η εξίσωση $3x+2=11$ έχει ρίζα το 3. Σ Λ

β) Η εξίσωση $\left(|x|-1\right)\left(|x|+2\right)=0$ είναι αδύνατη. Σ Λ

γ) Υπάρχουν πραγματικοί αριθμοί x_1 και x_2 που έχουν άθροισμα $S=-4$ και γινόμενο $P=10$ Σ Λ

δ) Η εξίσωση $\alpha x^2+\beta x-\gamma=0$ έχει δύο ρίζες άνισες, αν $\alpha>0$ και $\gamma>0$. Σ Λ

μονάδες 4x3

2. Η εξίσωση $\left(\lambda-1\right)x=2-\lambda$, έχει μοναδική λύση όταν:

Α. $\lambda\neq 1$ Β. $\lambda\neq -2$ Γ. $\lambda=2$ Δ. $\lambda=1$

μονάδες 5

3. Να εντοπίσετε το <u>λάθος</u> στο παρακάτω συλλογισμό:

Η εξίσωση $\left(2x-1\right)\left(x+2\right)=\left(3-2x\right)\left(x+2\right)$ γράφεται ισοδύναμα:

$\left(2x-1\right)\left(x+2\right)=\left(3-2x\right)\left(x+2\right)\Leftrightarrow 2x-1=3-2x\Leftrightarrow 2x+2x=3+1\Leftrightarrow 4x=4\Leftrightarrow x=1$

Όμως και ο αριθμός $x=-2$ επαληθεύει τη δοθείσα εξίσωση.

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας (μπορείτε να δώσετε και τυχαίο παράδειγμα). μονάδες 8

ΘΕΜΑ Β

Να λύσετε τις παρακάτω εξισώσεις : μονάδες 4x10

α) $|x-4|=2$ β) $|x-3|=-1$ γ) $|3x-5|=|x+3|$ δ) $||x|-4|=1$

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται το τριώνυμο: $x^2 - ©x - 2$, με $© \in \mathbb{R}$

α) Να αποδείξετε ότι $\Delta > 0$ για κάθε $© \in \mathbb{R}$, όπου Δ η διακρίνουσα του τριωνύμου. μονάδες 8

β) Αν x_1, x_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $x^2 - 3x - 2 = 0$ (1),

i) Να βρείτε το άθροισμα $S = x_1 + x_2$ και το γινόμενο $P = x_1 \cdot x_2$ των ριζών της (1). μονάδες 7

ii) Να κατασκευάσετε εξίσωση 2ου βαθμού που να έχει ρίζες $°_1$, $°_2$, όπου $°_1 = 2x_1$ και $°_2 = 2x_2$. μονάδες 12

iii) Να υπολογίσετε τις παραστάσεις $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$ και $x_1^2 + x_2^2$. μονάδες 8

Καλή Επιτυχία!

Στέλιος Μιχαήλογλου

Ομάδα: Α

ΘΕΜΑ Α

1.α) Σ β) Σ γ) Σ δ) Σ
2. Δ
3. Θα έπρεπε να διακρίνει περιπτώσεις για το $x-2$, γιατί:
αν $x-2\geq 0 \Leftrightarrow x\geq 2$ τότε
$2x-1=x-2 \Leftrightarrow 2x-x=-2+1 \Leftrightarrow x=-1$ ή $2x-1=-x+2 \Leftrightarrow 2x+x=2+1 \Leftrightarrow 3x=3 \Leftrightarrow x=1$ που απορρίπτονται αφού $x\geq 2$ ενώ αν $x-2<0 \Leftrightarrow x<2$ είναι αδύνατη

ΘΕΜΑ Β

α) $|x-2|=3 \Leftrightarrow$
$x-2=3$ ή $x-2=-3 \Leftrightarrow$
$x=5$ ή $x=-1$

β) $|x+5|=-2$
αδύνατη

γ) $|2x-4|=|x-1| \Leftrightarrow$
$2x-4=x-1$ ή $2x-4=-x+1 \Leftrightarrow$
$2x-x=4-1$ ή $2x+x=4+1 \Leftrightarrow$
$x=3$ ή $3x=5 \Leftrightarrow x=\frac{5}{3}$

δ) $||x|-3|=2 \Leftrightarrow$
$|x|-3=2$ ή $|x|-3=-2 \Leftrightarrow$
$|x|=5$ ή $|x|=1 \Leftrightarrow$
$x=\pm 5$ ή $x=\pm 1$

ΘΕΜΑ Γ

α) $\Delta=5^2-4\cdot 2\cdot(-1)=25+8=33>0$, άρα έχει δύο άνισες πραγματικές ρίζες.

β) Από τις σχέσεις Vieta : $S=x_1+x_2=-\frac{5}{2}$, $P=x_1\cdot x_2=-\frac{1}{2}$ και

$$\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=\frac{x_2}{x_1\cdot x_2}+\frac{x_1}{x_1\cdot x_2}=\frac{x_2+x_1}{x_1\cdot x_2}=\frac{-\frac{5}{\cancel{2}}}{-\frac{1}{\cancel{2}}}=5$$ και

$$x_1^2+x_2^2=(x_1+x_2)^2-2x_1\cdot x_2=\left(-\frac{5}{2}\right)^2-2\left(-\frac{1}{2}\right)=\frac{25}{4}+1=\frac{29}{4}$$

γ) Το άθροισμα των ριζών της εξίσωσης είναι $S'=\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=5$ και το γινόμενο των ριζών της είναι $P'=\frac{1}{x_1}\cdot\frac{1}{x_2}=\frac{1}{x_1x_2}=\frac{1}{-\frac{1}{2}}=-2$.

Η ζητούμενη εξίσωση είναι η $x^2-5x-2=0$

Ομάδα: Β

ΘΕΜΑ Α

1. α) Σ β) Λ γ) Λ δ) Σ
2. Α.
3. Το λάθος βρίσκεται στην απλοποίηση του $x+2$, γιατί αν το $x+2$ είναι μηδέν, δεν μπορεί να γίνει η διαίρεση
Για παράδειγμα: $0\cdot 3=0\cdot 5\Leftrightarrow 3=5$ που είναι αδύνατο
Το σωστό είναι:
$(2x-1)(x+2)=(3-2x)(x+2)\Leftrightarrow (2x-1)(x+2)-(3-2x)(x+2)=0\Leftrightarrow$
$(x+2)\left[(2x-1)-(3-2x)\right]=0\Leftrightarrow (x+2)(4x-4)=0\Leftrightarrow x=-2$ ή $x=1$

ΘΕΜΑ Β

α) $|x-4|=2\Leftrightarrow$
$x-4=2$ ή $x-4=-2\Leftrightarrow$
$x=6$ ή $x=2$

β) $|x-3|=-1$
αδύνατη

γ) $|3x-5|=|x+3|\Leftrightarrow$
$3x-5=x+3$ ή $3x-5=-x-3\Leftrightarrow$
$3x-x=5+3$ ή $3x+x=5-3\Leftrightarrow$
$2x=8$ ή $4x=2\Leftrightarrow$
$x=4$ ή $x=\frac{1}{2}$

δ) $||x|-4|=1\Leftrightarrow$
$|x|-4=1$ ή $|x|-4=-1\Leftrightarrow$
$|x|=5$ ή $|x|=3\Leftrightarrow$
$x=\pm 5$ ή $x=\pm 3$

ΘΕΜΑ Γ

α) $\Delta=(-©)^2-4\cdot 1\cdot(-2)=©^2+8>0$

β) i) Από τους τύπους Vieta έχουμε: $S=x_1+x_2=3$ και $P=x_1\cdot x_2=-2$

ii) $S_1=°_1+°_2=2x_1+2x_2=2(x_1+x_2)=2\cdot 3=6$ $S_1=2x_1+2x_2=2(x_1+x_2)=2\cdot 3=6$
$P_1=°_1\cdot °_2=2x_1\cdot 2x_2=4(x_1\cdot x_2)=4\cdot(-2)=-8$
Η ζητούμενη εξίσωση είναι η $x^2-6x-8=0$.

iii) $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=\frac{x_2}{x_1\cdot x_2}+\frac{x_1}{x_1\cdot x_2}=\frac{x_2+x_1}{x_1\cdot x_2}=\frac{3}{-2}=-\frac{3}{2}$ και
$x_1^2+x_2^2=(x_1+x_2)^2-2x_1\cdot x_2=3^2-2(-2)=13$.