**Κεφάλαιο 4ο**

**Παράγραφοι 4.1 – 4.5**

**Σελίδες 87 – 88**

**Ασκήσεις Εμπέδωσης**

**1.** Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ και ευθεία ε παράλληλη προς τη βάση του ΒΓ, που τέμνει

 τις ΑΒ και ΑΓ στα Δ και Ε αντίστοιχα.

 Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ΑΔΕ είναι ισοσκελές.

**2.** Δίνεται γωνία xÔy και σημείο Α της διχοτόμου της. Αν η παράλληλη από το Α προς την

 Ox τέμνει την Oy στο Β, να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ΟΑΒ είναι ισοσκελές.

**3.** Δίνεται γωνία xÔy και η διχοτόμος της ΟΔ. Από σημείο Α της Oy φέρουμε παράλληλη

 προς την ΟΔ που τέμνει την προέκταση της Ox στο Β. Να αποδείξετε ότι OA = OB.

**4.** Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (AB = ΑΓ) και σημείο Δ της πλευράς ΑΒ. Αν ο κύκλος

 (Δ,ΔΒ) τέμνει τη ΒΓ στο Ε, να αποδείξετε ότι ΔΕ//ΑΓ.

**5.** Στις προεκτάσεις των πλευρών ΒΑ, ΓΑ τριγώνου ΑΒΓ παίρνουμε αντίστοιχα τα τμήματα:

 ΑΔ = ΑΒ και ΑΕ=ΑΓ. Να αποδείξετε ότι ΔΕ//ΒΓ.

**6.** Δίνεται κύκλος (Ο,ρ) και Μ το μέσο χορδής του ΑΒ. Φέρουμε Ox ⊥ OM. Να αποδείξετε

 ότι Ox//ΑΒ.

**Αποδεικτικές Ασκήσεις**

**1.**Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (AB = ΑΓ) και η διάμεσος του ΑΜ. Φέρουμε Γx ⊥ ΒΓ

 προς το ημιεπίπεδο που δεν ανήκει το Α και παίρνουμε σε αυτή τμήμα ΓΔ = ΑΒ. Να

 αποδείξετε ότι η ΑΔ είναι διχοτόμος της γωνίας .

**2.**Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ και η διχοτόμος του ΑΔ. Από την κορυφή Β φέρουμε ΒΕ//ΑΔ που

 τέμνει την προέκταση της ΓΑ στο Ε. Να αποδείξετε ότι ΕΓ = ΑΒ+ΑΓ.

**3.**Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με ΑΒ< ΑΓ και η εξωτερική διχοτόμος του Αx. Από τη κορυφή Β

 φέρουμε ΒΔ //Αx που τέμνει την ΑΓ στο Δ. Να αποδείξετε ότι ΔΓ = ΑΓ – ΑΒ.

**4.**Από το έγκεντρο Ι, τριγώνου ΑΒΓ φέρουμε ευθεία παράλληλη της ΒΓ που τέμνει τις ΑΒ

 και ΑΓ στα σημείαΔ και Ε αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι ΔΕ = ΒΔ+ΓΕ.

**5.**Από το έγκεντρο I τριγώνου ΑΒΓ φέρουμε ΙΔ//ΑΒ και

 ΙΕ//ΑΓ. Να αποδείξετε ότι η περίμετρος του τριγώνου ΔΙΕ

 ισούται με τη ΒΓ.

**Σύνθετα θέματα**

**1.**Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ, η διχοτόμος του ΒΔ και η εξωτερική διχοτόμος του Βx. Θεωρούμε

 δύο σημεία Ε και Κ της πλευράς ΑΒ. Αν ο κύκλος (Ε,ΕΒ) τέμνει τη ΒΔ στο Ζ, ενώ ο

 κύκλος (Κ,ΚΒ) τέμνει τη Βx στο Μ, να αποδείξετε ότι ΕΖ//ΜΚ.

**2.**Από τα άκρα ευθύγραμμου τμήματος ΑΒ φέρουμε προς το ίδιο ημιεπίπεδο δύο

 παράλληλες ημιευθείες Αx και Βγ. Παίρνουμε Γ τυχαίο σημείο του ΑΒ, και στις Αx,Βy τα

 σημεία Δ και Ε αντίστοιχα, ώστε ΑΔ = ΑΓ και ΒΕ = ΒΓ. Να αποδείξετε ότι η γωνία 

 είναι ορθή.

**3.**Από το παράκεντρο Ιατριγώνου ΑΒΓ με ΑΒ < ΑΓ φέρουμε παράλληλη στην ΑΒ, που

 τέμνει τις πλευρές ΒΓ και ΑΓ στα σημεία Δ και Ε αντίστοιχα.

 Να αποδείξετε ότι ΔΕ = ΑΕ - ΒΔ.

**4.**Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με ΑΒ<ΑΓ και Μ σημείο της πλευράς ΒΓ. Από το Μ φέρουμε

 παράλληλη προς τη διχοτόμο ΑΔ της γωνίας , που τέμνει τις ΑΒ και ΑΓ στα σημεία Ε

 και Ζ αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι:
**i)** Το τρίγωνο ΕΑΖ είναι ισοσκελές.**ii)** ΒΕ+ΓΖ = σταθερό.**iii)** Αν Μ μέσο της ΒΓ τότε: **α)**  **β)** 