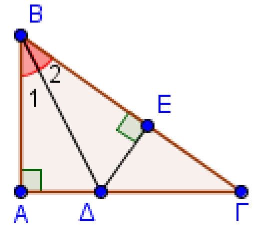
# ΕΡΓΑΣΙΑ 2

**1.** Στο διπλανό σχήμα το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ορθογώνιο $\hat{A}=90^{o}$. Η ΒΔ είναι διχοτόμος της γωνίας $\hat{B}$, η ΔΕ είναι κάθετη στην ΒΓ και είναι $\hat{\Gamma}<\hat{B}$. Να αποδείξετε ότι:

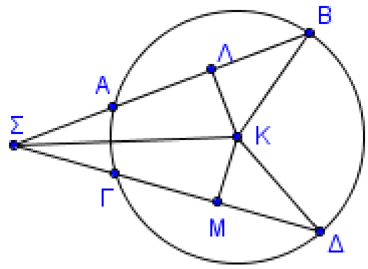
α) $A\Delta=\Delta E$
β) $A\Delta<\Delta\Gamma$
γ) $A\Gamma>AB$




**2.** Σε τρίγωνο ΑΒΓ με ΑΒ<ΑΓ, οι διχοτόμοι τωνγωνιών $\hat{B}$ και $\hat{\Gamma}$ τέμνονται στο σημείο Δ. Να εξηγήσετε γιατί ΔΒ < ΔΓ.

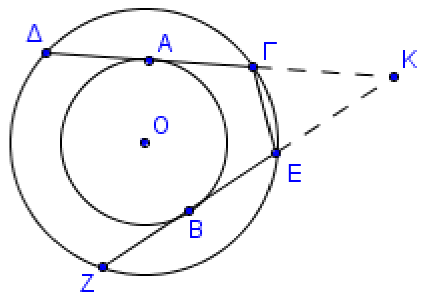
**3.** Από εξωτερικό σημείο Σ κύκλου (Κ, ρ) θεωρούμε τις τέμνουσες ΣΑΒ και ΣΓΔ του κύκλου για τις οποίες ισχύει ότι $\Sigma B=\Sigma\Delta$.Τα ΚΛ και ΚΜ είναι αποστήματα των χορδών ΑΒ και ΓΔ αντίστοιχα.

α) Να αποδείξετε ότι:
i. τα τρίγωνα ΚΒΣ και ΚΔΣ είναι ίσα.
ii. $K\Lambda=KM$.
β) Να αιτιολογήσετε γιατί οι χορδές ΑΒ και ΓΔ είναι ίσες.



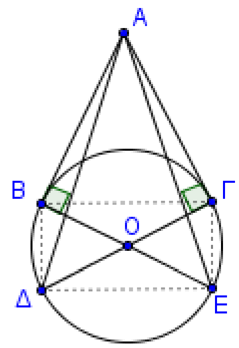

**4.** Δίνονται δύο ομόκεντροι κύκλοι με κέντρο Ο και ακτίνες ρ και R (ρ<R). Οι χορδές ΔΓ και ΖΕ του κύκλου (Ο,R) εφάπτονται στον κύκλο (0,ρ) στα σημεία Α και Β αντίστοιχα.

α) Να αποδείξετε ότι $\Delta\Gamma=ZE$
β) Αν οι ΔΓ και ΖΕ προεκτεινόμενες τέμνονται στο σημείο Κ, να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ΚΕΓ είναι ισοσκελές.




**5.** Έστω κύκλος με κέντρο Ο και ακτίνα ρ. Από σημείο εκτός του κύκλου, φέρουμε τα εφαπτόμενα τμήματα ΑΒ και ΑΓ. Τα σημεία Δ και Ε είναι τα αντιδιαμετρικά σημεία των Β και Γ αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι:

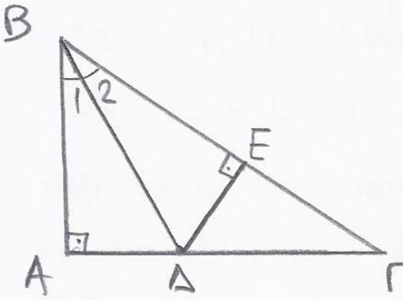
α) Τα τρίγωνα ΑΒΕ και ΑΓΔ είναι ίσα.
β) Τα τρίγωνα ΑΒΔ και ΑΓΕ είναι ίσα.



Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

## ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΤΗΝ ΕΡΓΑΣΙΑ 2

**1)**




α) Συγκρίνουμε τα ορθ. τρίγωνα ΑΒΔ και ΑΔΕ τα οποία έχουν

- ΒΔ κοινή
- $\hat{B}_1 = \hat{B}_2$ από υπόθεση

άρα $\overset{\triangle}{AB\Delta} = \overset{\triangle}{A\Delta E}$ οπότε και

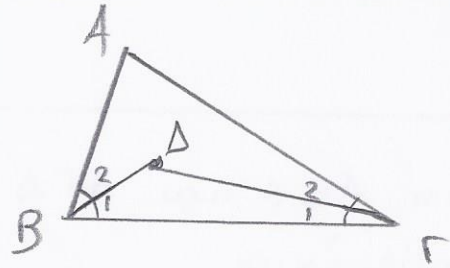
$A\Delta = \Delta E$, $AB = BE$ και $B\hat{\Delta}A = B\hat{\Delta}E$

β) Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΔΕΓ είναι $\Delta E < \Delta\Gamma$ όμως $A\Delta = \Delta E$ άρα και $A\Delta < \Delta\Gamma$

γ) Επειδή $\hat{\Gamma} < \hat{B}$ τότε $AB < A\Gamma$

---

**2)**




Είναι $AB < A\Gamma \iff \hat{\Gamma} < \hat{B}$

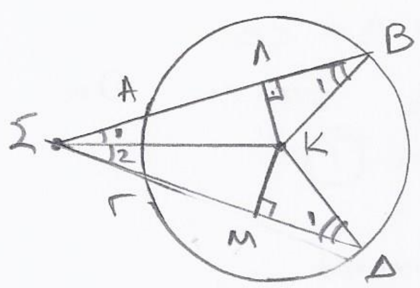
άρα $\frac{\hat{\Gamma}}{2} < \frac{\hat{B}}{2} \iff \hat{\Gamma}_1 < \hat{B}_1$

οπότε στο ΔΒΓ θα είναι και

$\Delta B < \Delta\Gamma$

---

**3)**




α) i) Τα τρίγωνα ΚΣΒ και ΚΔΣ έχουν τρεις πλευρές ίσες

αφού

- $\Sigma B = \Sigma\Delta$ υπόθεση
- $\Sigma K =$ κοινή
- $KB = K\Delta = \rho$

άρα $\overset{\triangle}{K\Sigma B} = \overset{\triangle}{K\Delta\Sigma}$ οπότε

θα έχουν και τα υπόλοιπα στοιχεία τους ίσα

Δηλαδή $\hat{\Sigma}_1 = \hat{\Sigma}_2$ και $\hat{B}_1 = \hat{\Delta}_1$

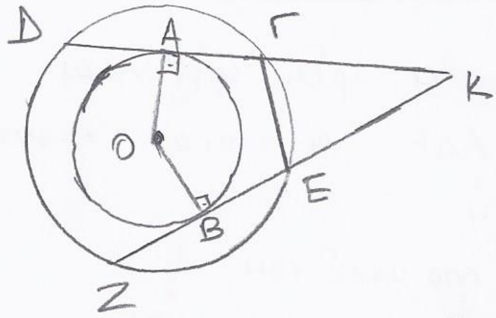
ii) Συγκρίνουμε τα ορθ. τρίγωνα ΚΒΛ και ΚΜΔ

τα οποία έχουν $KB = K\Delta = \rho$ και $\hat{B}_1 = \hat{\Delta}_1$.

άρα $\overset{\triangle}{KB\Lambda} = \overset{\triangle}{KM\Delta}$ οπότε $K\Lambda = KM$

β) Αφού τα αποστήματα ΚΛ και ΚΜ είναι ίσα τότε θα είναι ίσες και οι χορδές ΑΒ και ΓΔ

4)

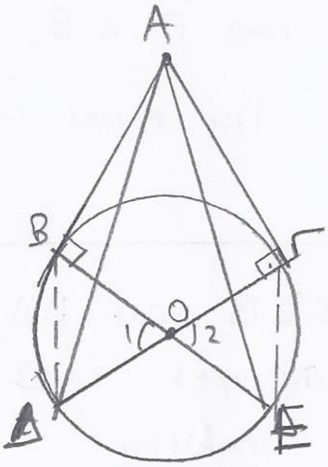



α) Αφού οι χορδές ΔΓ και ΖΕ εφάπτονται στο κύκλο (Ο, ρ) τότε ΟΑ ⊥ ΓΔ και ΟΒ ⊥ ΖΕ. Άρα τα ΟΑ, ΟΒ είναι τα αποστήματα των χορδών ΓΔ και ΕΖ αντίστοιχα. Όμως ΟΑ = ΟΒ = ρ άρα ΔΓ = ΕΖ.

β) Είναι ΚΑ = ΚΒ ως εφαπτόμενα τμήματα στο κύκλο (Ο, ρ). Επίσης αφού ΔΓ = ΕΖ θα είναι και ΑΓ = ΒΕ ως μισά ίσων ευθ. τμημάτων.
Άρα ΚΑ − ΑΓ = ΚΒ − ΒΕ ⇔ ΚΓ = ΚΕ οπότε το $\overset{\triangle}{\text{ΚΕΓ}}$ είναι ισοσκελές

---

5)




α) Τα τρίγωνα ΑΒΕ και ΑΓΔ είναι:
- ορθογώνια
- ΑΒ = ΑΓ εφαπτόμενα τμήματα
- ΒΕ = ΓΔ = 2ρ

άρα $\overset{\triangle}{\text{ΑΒΕ}}$ = ΑΓΔ οπότε θα έχουν ΑΔ = ΑΕ (1)

β) Είναι $\overset{\triangle}{\text{ΟΒΔ}} = \overset{\triangle}{\text{ΟΓΕ}}$ γιατί έχουν ΟΒ = ΟΕ = ρ, ΟΔ = ΟΓ = ρ και $\hat{O}_1 = \hat{O}_2$ άρα θα έχουν και ΒΔ = ΓΕ. (2)
Οπότε $\overset{\triangle}{\text{ΑΒΔ}} = \overset{\triangle}{\text{ΑΓΕ}}$ γιατί έχουν τρεις πλευρές ίσες:
- ΑΒ = ΑΓ
- ΑΔ = ΑΕ από (1)
- ΒΔ = ΓΕ από (2)